Shiksha Point

पॉलिटेक्निक

प्रवेश परीक्षा, पेपर 2014 Solution सलूशन

संकेत एवं हल

गणित

1. ∵ मूल बराबर हैं।

$\therefore \quad [2(b^2 - ac)]^2 - 4(a^2 - bc)(c^2 - ab) = 0$

$\Rightarrow \quad (b^2 - ac)^2 - (a^2 - bc)(c^2 - ab) = 0$

$\Rightarrow b^4 + a^2c^2 - 2b^2ac - a^2c^2 + a^3b + bc^3 - b^2ac = 0$

$\Rightarrow \quad b^4 - 3b^2ac + a^3b + bc^3 = 0$

$\Rightarrow \quad b[b^3 - 3abc + a^3 + c^3] = 0$

$\Rightarrow \quad a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$

$\therefore \quad a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

2. अभीष्ट संख्या $= \dfrac{x(x^2 + x + 1)(x - 1)}{x(x^2 + x + 1)} = (x - 1)$

3. अभीष्ट संख्या = 4, 6, 8, 14 का म.स.

2	4, 6, 8, 14
2	2, 3, 4, 7
2	1, 3, 2, 7
3	1, 3, 1, 7
7	1, 1, 1, 7
	1, 1, 1, 1

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 168$ सेकण्ड $= 120 + 48$ सेकण्ड

$= 2$ मिनट 48 सेकण्ड $= 12$ बजकर 2 मिनट 48 सेकण्ड

4. $(a + b + c)^2 = (a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + ca)$

$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 11^2 - 2 \times 20 = 81 \quad \ldots(i)$

$\because \quad a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$ [समी (i) से]

$= 11(81 - 20) = 11 \times 61 = 671$

5. $6^7 \times 35^3 \times 11^{10} = (2 \times 3)^7 \times (5 \times 7)^3 \times (11^{10})$

$= 2^7 \times 3^7 \times 5^3 \times 7^3 \times 11^{10}$

अभाज्य गुणनखण्डों की संख्या = घातों का योगफल

$= (2 \times 7 + 2 \times 3 + 10) = 14 + 6 + 10 = 30$

6. चीनी का वर्तमान मूल्य = ₹ 15 प्रति किग्रा

चीनी के मूल्य में 20% की वृद्धि होने के बाद मूल्य

$= 15 + 15$ का 20% $= 15 + \dfrac{15 \times 20}{100} = 15 + 3 =$ ₹ 18

चीनी के मूल्य में 20% की कमी होने के बाद मूल्य

$= 18 - 18$ का 20%

$= 18 - \dfrac{18 \times 20}{100} = 18 - 3.60 =$ ₹ 14.40

चीनी के मूल्य में कमी $= 15.00 - 14.40 =$ ₹ 0.60

चीनी के मूल्य में प्रतिशत कमी $= \dfrac{0.60}{15.00} \times 100 = 4\%$

7. औसत $= \dfrac{2(6 + 1)(2 \times 6 + 1)}{3} = \dfrac{2 \times 7 \times 13}{3}$

$= \dfrac{182}{3} = 60.67$

8. माना घर से स्कूल की दूरी S किमी है।

पहले दिन लगा समय $(t_1) = \dfrac{S}{2.5}$ घण्टे

दूसरे दिन लगा समय $(t_2) = \dfrac{S}{3.5}$ घण्टे

पहले दिन 6 मिनट लेट पहुँचा, अगले दिन 6 मिनट पहले।

अतः समयों में अन्तर, $(t_1 - t_2) = 6 + 6$

$= 12$ मिनट $= \dfrac{1}{5}$ घण्टे

$\Rightarrow \quad \dfrac{S}{2.5} - \dfrac{S}{3.5} = \dfrac{1}{5} \Rightarrow \dfrac{S(3.5 - 2.5)}{2.5 \times 3.5} = \dfrac{1}{5}$

$\therefore \quad S = \dfrac{2.5 \times 3.5}{5} = 1.75$ किमी

9. दिया है, $n = 50, \Sigma x = 250, \Sigma x^2 = 2500$

माध्य $(\bar{x}) = \dfrac{250}{50} = 5$

$\therefore$ मानक विचलन $= \sqrt{\dfrac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n}}$

$= \sqrt{\dfrac{\Sigma(x^2 + \bar{x}^2 - 2\bar{x}x)}{n}} = \sqrt{\dfrac{2500 + 25 - 2 \times 5 \times 250}{50}}$

$= \sqrt{\dfrac{25}{50}} = \sqrt{\dfrac{1}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

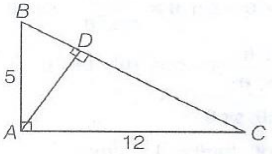
10. कुल छात्र $(n) = n(S \cup M) = 45 \Rightarrow n(S \cap M) = 10$

$\therefore \quad n(S \cup M) = n(S) + n(M) - n(S \cap M)$

$\Rightarrow \quad 45 = n(S) + 20 - 10$

$\Rightarrow \quad n(S) = 35$

11.



$\because (BC)^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow BC = \sqrt{169}$

$\therefore \quad BC = 13$ सेमी

$\because \quad \frac{AB \times AC}{2} = \Delta ABC$ का क्षेत्रफल

तथा $\quad \frac{BC \times AD}{2} = \Delta ABC$ का क्षेत्रफल

$\therefore \quad \frac{AB \times AC}{2} = \frac{BC \times AD}{2}$

$\Rightarrow \quad 5 \times 12 = 13 \times AD \Rightarrow AD = \frac{60}{13}$ सेमी

12. पाइथागोरस प्रमेय से, $PR = \sqrt{PQ^2 + QR^2}$

$= \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

$\because O$ केन्द्रक, QM माध्यिका और M, PR का मध्य-बिन्दु है।

$\therefore \quad QM = PM = \frac{13}{2} \quad \left(\because PM = \frac{1}{2}PR\right)$

$\because O$ केन्द्रक, माध्यिका को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है।

$\therefore OQ = \frac{2}{3}QM = \frac{2}{3} \times \frac{13}{2} = \frac{13}{3} \Rightarrow OQ = 4\frac{1}{3}$ सेमी

13. भार में त्रुटि = 87 – 78 = 9 किग्रा

$\therefore$ वास्तविक समान्तर माध्य $= 58 + \frac{9}{15}$

$= 58 + 0.6 = 58.6$ किग्रा

14. माना छोटी व बड़ी संख्याएँ क्रमशः x व y हैं।

समान्तर माध्य $= \frac{x + y}{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}(x + y) \div y = 3 : 5 \Rightarrow \frac{x + y}{2y} = \frac{3}{5}$

$\Rightarrow 5x + 5y = 6y \Rightarrow 5x = 1y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{5}$

$\therefore \quad$ अभीष्ट अनुपात = 1 : 5

15. $m = \tan\theta + \sin\theta$, $n = \tan\theta - \sin\theta$

$m^2 - n^2 = (m + n)(m - n)$

$= (\tan\theta + \sin\theta + \tan\theta - \sin\theta)$

$(\tan\theta + \sin\theta - \tan\theta + \sin\theta)$

$= 2\tan\theta \times 2\sin\theta = 4\sin\theta \times \tan\theta$

और $\quad mn = \tan^2\theta - \sin^2\theta = \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} - \sin^2\theta$

$= \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \cdot (1 - \cos^2\theta) = \tan^2\theta \cdot \sin^2\theta$

$\Rightarrow \quad \sqrt{mn} = \tan\theta \cdot \sin\theta$

$\therefore \quad m^2 - n^2 = 4\sin\theta \cdot \tan\theta = 4 \times \sqrt{mn}$

16. माना $f(x) = x^8 + kx^3 - 2x + 1$ में $x = -1$ रखने पर,

$f(-1) = (-1)^8 + k(-1)^3 - 2(-1) + 1 = 0$

$\Rightarrow \quad 1 - k + 2 + 1 = 0 \therefore k = 4$

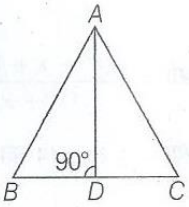
17. $r = 5\%$, $n = 3$ वर्ष $d = ₹\ 122$

सूत्र से, $d = P\left(\frac{r}{100}\right)^2\left(\frac{300 + r}{100}\right)$

$\Rightarrow \quad 122 = P\left(\frac{5}{100}\right)^2\left(\frac{300 + 5}{100}\right) = \frac{P \times 25 \times 305}{100 \times 100 \times 100}$

$\therefore \quad P = \frac{122 \times 1000000}{25 \times 305} = ₹\ 16000$

18. $\because$ त्रिभुज समबाहु है।



$\therefore \quad AB = BC = CA$ तथा $BC = BD + DC = 2DC$

$BD = \frac{BC}{2} = \frac{AB}{2}$

ΔABD में, $AB^2 = AD^2 + BD^2$ पाइथागोरस प्रमेय से)

$= AD^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = AD^2 + \frac{AB^2}{4}$

$\Rightarrow \quad 4AB^2 = 4AD^2 + AB^2$

$\therefore \quad 3AB^2 = 4AD^2$

19. $2y\cos\theta = x\sin\theta \Rightarrow y = \frac{x\tan\theta}{2}$ ...(i)

तथा $2x\sec\theta - y\,\text{cosec}\,\theta = 3$

$\Rightarrow \quad 2x\sec\theta = 3 + y\,\text{cosec}\,\theta$

$\Rightarrow \quad 2\sec\theta = 3 + \frac{x}{2}\tan\theta \cdot \text{cosec}\,\theta$ [समी (i) से]

$\Rightarrow \quad 2x\sec\theta = 3 + \frac{x\sec\theta}{2} \therefore \frac{3}{2}x\sec\theta = 3$

$\Rightarrow x = 2\cos\theta \Rightarrow y = \frac{1}{2} \times 2\cos\theta \cdot \tan\theta = \sin\theta$

$\therefore \quad \frac{x^2}{4} + y^2 = \frac{4\cos^2\theta}{4} + \sin^2\theta = 1$

20. माना अंकित मूल्य = ₹ x

$\Rightarrow \quad x$ का $\frac{75}{100} = 1440 \times \frac{125}{100}$

$\therefore \quad x = \frac{1440 \times 125}{75} = ₹\ 2400$

21. $\because \angle BAP = \angle BCA = 80°$ (एकान्तर वृत्तखण्ड के कोण)

ΔABC में, $\angle BAC + \angle BCA + \angle ABC = 180°$

$\Rightarrow \quad \angle BAC = 180° - 110° = 70°$

अब, $\angle CAQ = 180° - 80° - 70° = 30°$

$\Rightarrow \quad \angle ACQ = 180° - 80° = 100°$

ΔACQ में, $\angle ACQ + \angle CQA + \angle QAC = 180°$

$\Rightarrow \quad 100° + \angle AQC + 30° = 180° \Rightarrow \angle AQC = 50°$

22. घन की $5 - 3 = 2$ सेमी ऊँचाई पानी से बाहर है।

टैंक में 2 सेमी ऊँचे पानी का आयतन

$= 25 \times 18 \times 2 = 900$ सेमी^{3}

शेष घन का पानी के बाहर का आयतन

$= 5 \times 5 \times (5 - 3) = 50$ सेमी^{3}

$\therefore$ टैंक में डाला गया पानी $= 900 - 50 = 850$ सेमी^{3}

23. $x = \frac{4 + 2 + 0}{3} = \frac{6}{3} = 2$ तथा $y = \frac{6 - 2 + 2}{3} = \frac{6}{3} = 2$

अत: केन्द्रक के निर्देशांक (2, 2) हैं।

24. $x = (\sqrt{2} - 1)^{-1}$

$x^2 = (\sqrt{2} - 1)^{-1} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \Rightarrow x^2 = \sqrt{2} + 1$

$\therefore \quad x^2 - \frac{1}{x^2} = \sqrt{2} + 1 - (\sqrt{2} - 1) = 2$

25. $\frac{\cos 18° + \sin 18°}{\cos 18° - \sin 18°} = \frac{1 + \frac{\sin 18°}{\cos 18°}}{1 - \frac{\sin 18°}{\cos 18°}} = \frac{1 + \tan 18°}{1 - \tan 18°}$

$= \frac{\tan 45° + \tan 18°}{1 - \tan 45° \tan 18°} = \tan (45° + 18°) = \tan 63°$

26. $\sqrt{\frac{x}{1-x}} + \sqrt{\frac{1-x}{x}} = 2\frac{1}{6} \Rightarrow \sqrt{\frac{x}{1-x}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{x}{1-x}}} = \frac{13}{6}$

माना $\sqrt{\frac{x}{1-x}} = y$

अब, $y + \frac{1}{y} = \frac{13}{6} \Rightarrow \frac{y^2 + 1}{y} = \frac{13}{6} \Rightarrow 6y^2 + 6 = 13y$

$\Rightarrow \quad 6y^2 - 13y + 6 = 0$

$\Rightarrow \quad 6y^2 - 9y - 4y + 6 = 0$

$\Rightarrow 3y(2y - 3) - 2(2y - 3) = 0$

$\Rightarrow \quad (2y - 3)(3y - 2) = 0 \therefore y = \frac{3}{2}$ Üee $\frac{2}{3}$

जब $y = \frac{3}{2}$, तब $\sqrt{\frac{x}{1-x}} = \frac{3}{2}$

दोनों ओर का वर्ग करने पर, $\frac{x}{1-x} = \frac{9}{4}$

$\Rightarrow \quad 4x = 9 - 9x \Rightarrow 13x = 9 \therefore x = \frac{9}{13}$

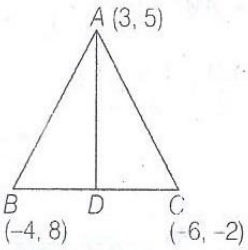
जब $y = \frac{2}{3}$, तब $\sqrt{\frac{x}{1-x}} = \frac{2}{3}$

दोनों ओर का वर्ग करने पर, $\frac{x}{1-x} = \frac{4}{9}$

$\Rightarrow \quad 9x = 4 - 4x \Rightarrow 13x = 4 \therefore x = \frac{4}{13}$

अत: $x = \frac{9}{13}$ या $\frac{4}{13}$

27.



दिए गए बिन्दुओं के अनुसार, रेखा BC के मध्य D के निर्देशांक $= \left[\frac{-4-6}{2}, \frac{8-2}{2}\right] = (-5, 3)$ होंगे।

ΔABC में माध्यिका AD का समीकरण निम्न प्रकार ज्ञात करेंगे

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ से,

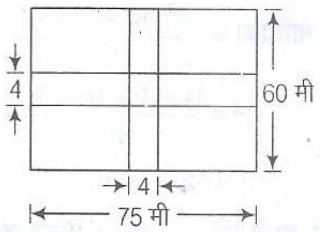
[यहाँ $y_1 = 5, y_2 = 3, x_2 = -5, x_1 = 3$]

$\Rightarrow \quad y - 5 = \frac{3 - 5}{-5 - 3}(x - 3)$

$\Rightarrow \quad 4y - 20 = x - 3 \Rightarrow x - 4y + 17 = 0$

28. लम्बाई के समान्तर सड़क का क्षेत्रफल

$= 75 \times 4 = 300$ मी^{2}



चौड़ाई के समान्तर सड़क का क्षेत्रपल $= 60 \times 4 = 240$ मी^{2}

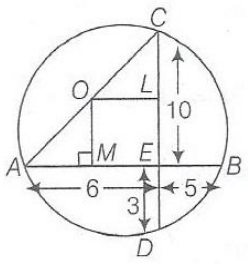
दोनों सड़कों के उभयनिष्ठ भाग का क्षेत्रफल

$= 4 \times 4 = 16$ मी^{2}

$\therefore$ सड़क का क्षेत्रफल $= (300 + 240 - 16) = 524$ मी^{2}

सड़क पर रोड़ी बिछवाने का खर्च $= 524 \times 4.50 = ₹\ 2358$

29.



$LC = \frac{CD}{2} = \frac{13}{2} \Rightarrow LE = OM = 10 - \frac{13}{2} = \frac{7}{2}$

$AM = \frac{AB}{2} = \frac{11}{2}$

ΔOMA में, $OA^2 = OM^2 + AM^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2 + \left(\frac{11}{2}\right)^2$

$= \frac{49}{4} + \frac{121}{4} = \frac{170}{4} = \frac{85}{2}$

$\Rightarrow \quad OA = \sqrt{\frac{85}{2}}$

$\therefore$ व्यास $= 2 \times OA = 2 \times \sqrt{\frac{85}{2}} = \sqrt{170}$ इकाई

30. दिया है, $\frac{1}{2} \times 2\sin 12° \sin 48° \sin 54°$

$= \frac{1}{2}[\cos(48° - 12°) - \cos(48° + 12°)]\sin 54°$

$= \frac{1}{2}(\cos 36° - \cos 60°)\sin 54°$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{5}+1}{4} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{\sqrt{5}+1}{4}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{5}-1}{4} \times \frac{\sqrt{5}+1}{4} = \frac{1}{8}$

31. वर्ग, आयत व समान्तर चतुर्भुज सभी चतुर्भुज की श्रेणी में आते हैं।

32. कुल पद = 12

$\therefore$ माध्यिका $= \frac{6\text{वाँ पद} + 7\text{वाँ पद}}{2}$

$\Rightarrow \quad 14 = \frac{(x+1)+(x+3)}{2} \Rightarrow 28 = 2x + 4$

$\therefore \quad x = 12$

33. पहली गाड़ी को $15 - 9 = 6$ मिनट कम चलना पड़ा तथा दूसरी गाड़ी को $9 - 5 = 4$ मिनट कम चलना पड़ा या इस प्रकार कह सकते हैं कि पहली गाड़ी द्वारा 6 मिनट में चली दूरी = दूसरी गाड़ी द्वारा 4 मिनट में चली दूरी

$\Rightarrow \quad \frac{40 \times 6}{60} = \frac{x \times 4}{60} \Rightarrow x = 60$ किमी/घण्टा

34. दी गई रेखा का समीकरण

$x\sec\theta + y\,\text{cosec}\,\theta = a$

$\Rightarrow \quad \frac{x}{\cos\theta} + \frac{y}{\sin\theta} = a$

$\Rightarrow \quad x\sin\theta + y\cos\theta = a\sin\theta\cos\theta \qquad \ldots(i)$

समी (i) पर लम्ब रेखा का समीकरण

$x\cos\theta - y\sin\theta = \lambda \qquad \ldots(ii)$

$\because$ रेखा बिन्दु $(a\cos^3\theta, a\sin^3\theta)$ से होकर जाती है।

$\therefore \quad a\cos^4\theta - a\sin^4\theta = \lambda$

$\Rightarrow \quad a\cos 2\theta = \lambda$

λ का मान समी (ii) में रखने पर,

$x\cos\theta - y\sin\theta = a\cos 2\theta$

35. ΔACD से,

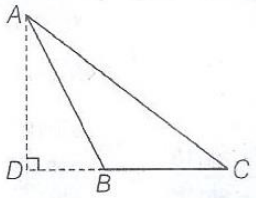
$AC^2 = AD^2 + DC^2$ (पाइथागोरस प्रमेय से)

$= AD^2 + (BC + BD)^2$

$= AD^2 + BC^2 + BD^2 + 2BC \cdot BD$

$= (AD^2 + BD^2) + BC^2 + 2BC \cdot BD$

$= AB^2 + BC^2 + 2BC \cdot BD$



36. माना तीसरा नल x मिनट में खाली कर सकता है।

$\because$ 50 मिनट में टैंक भर जाता है।

$\therefore \quad \frac{50}{60} + \frac{50}{75} - \frac{50}{x} = 1$

$\Rightarrow \quad \frac{50}{x} = \frac{5}{6} + \frac{2}{3} - 1$

$\Rightarrow \quad \frac{50}{x} = \frac{15 + 12 - 18}{18} = \frac{9}{18}$

$\Rightarrow \quad \frac{50}{x} = \frac{1}{2}$

$\therefore \quad x = 100$ मिनट

37. यदि A तथा B का वेतन क्रमशः ₹ $9x$ तथा ₹ $4x$ हो।

तब $\quad 9x \times \frac{100 + 15}{100} + 4x = 7175$

$\Rightarrow \quad \frac{1435x}{100} = 7175 \Rightarrow x = \frac{7175 \times 100}{1435} = 500$

अतः B का वेतन $= 4 \times 500 =$ ₹ 2000

38. माना शिक्षकों की वर्तमान संख्या x है।

$\because$ शिक्षकों का औसत वेतन = ₹ 1500

$\therefore$ शिक्षकों का कुल वेतन = $1500 \times x$ = ₹ $1500x$

पुनः 2 शिक्षकों की नियुक्ति के बाद शिक्षकों की संख्या

$= x + 2$

तथा 2 शिक्षकों की नियुक्ति के बाद औसत वेतन में से ₹ 50 घट जाने के बाद औसत वेतन = $1500 - 50$ = ₹ 1450

अतः 2 शिक्षकों की नियुक्ति के बाद शिक्षकों का कुल वेतन = ₹ $1450(x + 2)$

तथा 2 शिक्षकों की नियुक्ति के बाद शिक्षकों का कुल वेतन = $(1500x + 2000)$

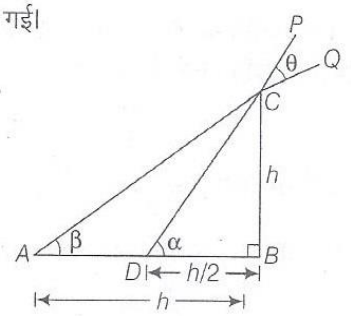
तब, $1450 \times (x + 2) = 1500x + 2000$

$\Rightarrow \quad 1450x + 2900 = 1500x + 2000$

$\Rightarrow 1500x - 1450x = 2900 - 2000 \Rightarrow 50x = 900$

$\therefore \quad x = 18$

39. माना सूर्य पहले P स्थिति में था तथा θ कोण नीचे जाने पर Q स्थिति हो गई।



$\Delta CDB \qquad \tan\alpha = \dfrac{h}{h/2} = 2$

$\tan\beta = \dfrac{h}{h} = 1$

अब $\qquad \alpha = \beta + \theta$ से,

$\theta = \alpha - \beta$

तब, $\tan\theta = \tan(\alpha - \beta)$

$$= \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \cdot \tan\beta} = \frac{2 - 1}{1 + 2 \times 1} = \frac{1}{3}$$

$\therefore \quad \theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{1}{3}\right)^\circ$

40. $\tan\left(\dfrac{\pi}{4} + \theta\right)\tan\left(\dfrac{3\pi}{4} + \theta\right)$

$$= \left(\frac{1 + \tan\theta}{1 - \tan\theta}\right)\left(\frac{-1 + \tan\theta}{1 + \tan\theta}\right)$$

$$= \frac{-(1 - \tan\theta)}{1 - \tan\theta} = -1$$

41. $\because (1, 2), (x, -1)$ व $(4, 5)$ संरेख हैं।

$\therefore \quad \dfrac{1}{2}[1(-1 - 5) + x(5 - 2) + 4(2 + 1)] = 0$

$\Rightarrow \qquad -6 + 3x + 12 = 0$

$\Rightarrow \qquad x = \dfrac{-6}{3} = -2$

42. $a^x c^{-2x} = b^{3x+1} \Rightarrow \log a^x + \log c^{-2x} = \log b^{3x+1}$

$\Rightarrow \qquad x\log a + (-2x)\log c = (3x + 1)\log b$

$\Rightarrow x\log a - 2x\log c - 3x\log b = \log b$

$\therefore \qquad x = \dfrac{\log b}{\log a - 3\log b - 2\log c}$

43. चूँकि $(pa - 2b - c)$, $4a^2 - 4ab - c^2 - 2bc$ का एक गुणनखण्ड है।

अतः यह इसको सन्तुष्ट करेगा,

$4a^2 - 4ab - c^2 - 2bc$

अतः $a = \dfrac{2b + c}{p}$ रखने पर,

$$= 4 \times \left(\frac{2b + c}{p}\right)^2 - 4 \times \left(\frac{2b + c}{p}\right) \times b - c^2 - 2bc$$

$$= 4 \cdot \frac{4b^2 + c^2 + 4bc}{p^2} - 4\left(\frac{2b^2 + bc}{p}\right) - c^2 - 2bc$$

यदि हम $p = 2$ रखते हैं, तो इसका मान शून्य आता है।

अतः $p = 2$

44. प्रश्नानुसार, इतिहास में प्राप्तांक = गणित में प्राप्तांक $\times \dfrac{60}{100}$

$100 \times H = M \times 60$

$\dfrac{100}{60} \times H = M$

दूसरी शर्त से, $\quad M = P \times 60\%$

$\therefore \qquad P = \dfrac{100M}{60} = \dfrac{100}{60} \times \left(\dfrac{100}{60} \times H\right)$

तीसरी शर्त से, $P + M + H = 147$

$\Rightarrow \quad H \times \dfrac{100 \times 100}{60 \times 60} + \dfrac{100}{60} \times H + H = 147$

$\Rightarrow H\left(\dfrac{100 \times 100 + 6000 + 60 \times 60}{60 \times 60}\right) = 147$

$\therefore \qquad H = \dfrac{147 \times 60 \times 60}{19600} = 27$

45. $\because x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$

$x = 1$ दिए व्यंजक में रखने पर शेषफल = 0

$\Rightarrow \qquad 2(1)^3 + 4(1)^2 + 2a(1) + b = 0$

$\Rightarrow \quad 2a + b = -6 \quad \ldots(i)$

अतः $x = -1$ रखने पर शेषफल $= 0$

$2(-1)^3 + 4(-1)^2 + 2a(-1) + b = 0$

$\Rightarrow \quad -2a + b = -2 \quad \ldots(ii)$

समी (i) व (ii) को हल करने पर, $a = -1, b = -4$

46. $\tan(3A - 2A) = \dfrac{\tan 3A - \tan 2A}{1 + \tan 2A \tan 3A}$

$\Rightarrow \tan A(1 + \tan 2A \tan 3A) = \tan 3A - \tan 2A$

$\Rightarrow \tan A + \tan A \tan 2A \tan 3A = \tan 3A - \tan 2A$

$\therefore \tan A \tan 2A \tan 3A = \tan 3A - \tan 2A - \tan A$

47. $3\cos x = 5\sin x \Rightarrow \tan x = \dfrac{3}{5}$

अतः $\dfrac{5\sin x - 2\sec^3 x + 2\cos x}{5\sin x + 2\sec^3 x - 2\cos x}$

$$= \frac{5\tan x - 2(1 + \tan^2 x)^2 + 2}{5\tan x + 2(1 + \tan^2 x)^2 - 2}$$

$$= \frac{5 \times \frac{3}{5} + 2\left(1 - \frac{9}{25}\right)^2 + 2}{5 \times \frac{3}{5} + 2\left(1 + \frac{9}{25}\right)^2 - 2}$$

$$= \frac{813}{2937} = \frac{271}{979}$$

48. $x^y = y^x$ या $y^x = x^y$

दोनों ओर $\dfrac{1}{y}$ की घात लेने पर, $y^{x/y} = x$

दोनों ओर $x^{\frac{x}{y}}$ से भाग देने पर, $\dfrac{y^{\frac{x}{y}}}{x^{\frac{x}{y}}} = \dfrac{x}{x^{\frac{x}{y}}} \Rightarrow \left(\dfrac{y}{x}\right)^{\frac{x}{y}} = x^{1-\frac{x}{y}}$

$\therefore \quad \left(\dfrac{x}{y}\right)^{\frac{x}{y}} = x^{\frac{x}{y}-1}$

49.

वजन	बारम्बारता	संचयी बारम्बारता
31	2	2
34	3	5
35	4	9
36	5	14
37	1	15

$\because \quad n = 15$

$\therefore \quad$ माध्यिका $= \dfrac{15 + 1}{2} = 8$वाँ पद

8वाँ पद संचयी बारम्बारता 9 में है।

$\therefore \quad$ माध्यिका $= 35$ किग्रा

50. अभीष्ट आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

$\Rightarrow \quad 10380 = 173 \times h \Rightarrow h = \dfrac{10380}{173} = 60$ सेमी

$\because$ समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 173$

$\Rightarrow \quad a^2 = \dfrac{173 \times 4}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \quad a^2 = \dfrac{173 \times 4}{1.73}$

$\Rightarrow \quad a^2 = 400$

$\therefore \quad a = 20$ सेमी

$\therefore$ पार्श्व सतह का क्षेत्रफल

= आधार की परिमिति × ऊँचाई $= 3 \times 20 \times 60$

$= 60 \times 60 = 3600$ सेमी^{2}

भौतिकी एवं रसायन

51. माना बादलों की दूरी x मी है।

ध्वनि का वेग $= 332$ मी/से

$\therefore \quad x = 332 \times 5 = 1660$ मी

20°C पर ध्वनि का वेग $= 332 + (20 \times 0.6) = 344$ मी/से

20°C पर ध्वनि सुनने में लगा समय,

$$t = \frac{1660}{344} = 4.8 \text{ सेकण्ड}$$

52. $V_1 = \dfrac{4}{3}\pi r_1^3$ तथा $V_2 = \dfrac{4}{3}\pi r_2^3 = \dfrac{4}{3}\pi(2r_1)^3 = 8V_1$

$T_1 = 273$ K, $T_2 = (546 + 273)$ K $= 3T_1$

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}, p_2 = \frac{p_1V_1T_2}{T_1V_2}$$

$$= \frac{p_1V_1 3T_1}{8V_1T_1} = \frac{3}{8}p_1$$

53. सूत्र $\alpha = \dfrac{\Delta L}{L + \Delta t}$ से, $\Rightarrow \alpha L = \dfrac{\Delta L}{\Delta t}$

$\therefore \quad \Delta L$ तथा Δt दोनों के लिए समान है।

अतः $\alpha L =$ नियतांक अर्थात् $\alpha_s L_s = \alpha_A L_A$

$\therefore \quad L_A = \dfrac{\alpha_s L_s}{\alpha_A} = \dfrac{12 \times 100}{1.71}$

$L_A = 70$ सेमी

54. -5°C की 50 ग्राम बर्फ को भाप में बदलने के लिए आवश्यक ऊष्मा

$= m \times s_1 \times \Delta t + mL_1 + m \times s_2 \times \Delta t + mL_2$

$= 50 + 0.5 \times [0 - (-5)] + (50 \times 80)$

$+ (50 \times 1 \times 100) + (50 \times 540)$

$= 125 + 4000 + 5000 + 27000 = 36125$ कैलोरी

56. मनुष्य के प्रतिबिम्ब का वेग $= 2v = 2 \times 3 = 6$ मी/से

57. $u = -30$ सेमी

वस्तु की लम्बाई $= 10$ सेमी

प्रतिबिम्ब की लम्बाई $= -5$ सेमी

$$m = -\frac{v}{u} = \frac{I}{O}$$

$$m = +\frac{30}{u} = \frac{-5}{10} \Rightarrow u = -60 \text{ सेमी}$$

तब, $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$ से, $\frac{1}{f} = -\frac{1}{30} - \frac{1}{60} = \frac{-2-1}{60}$

$f = -20$ सेमी

60. अभिनेत्र लेन्स की क्षमता $(m_e) = 1 + \frac{D}{f_e} = 1 + \frac{25}{5} = 6$

$\therefore$ संयुक्त माइक्रोस्कोप की आवर्धन क्षमता

$$m = m_e \times m_o = 6 \times 30 = 180$$

63. दिया है, $E = 6$ वोल्ट, $V = 4$ वोल्ट, $R = 20$ ओम

$\therefore$ धारा, $i = \frac{V}{R} = \frac{4}{20} = 0.2$ ऐम्पियर

अब, $r = \frac{E-V}{i} = \frac{6-4}{0.2} = \frac{2}{0.2} = 10$ ओम

69. पत्थर की ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर चाल 20 मी/से है, इसलिए ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर गति के लिए

$u = -20$ मी/से

$v^2 = u^2 + 2gh$

$= (-20)^2 + 2 \times 10 \times 200 = 60$ मी/से

70 संवेग संरक्षण के नियम से,

$150 \times u + 1.5 \times 60 = 0$

$\Rightarrow \quad 150u + 90 = 0$

$$u = -\frac{90}{150} = -0.6 \text{ मी/से}$$

ऋणात्मक चिह्न यह दर्शाता है कि तोप की दिशा गोले की दिशा के विपरीत होगी।

71. पिण्ड का सही भार $(W) = \sqrt{W_1 \times W_2} = \sqrt{10 \times 6.4}$

$= \sqrt{64} = 8$ ग्राम

74. जैसा कि हम जानते हैं, $p = \frac{F}{A}$

यदि $F' = 2F$ तथा $A' = \frac{A}{2}$

तो $p' = \frac{F'}{A'} = \frac{2F}{A/2} = 4\frac{F}{A} = 4p \Rightarrow p' = 4p$

75. एक β-कण निकलने पर,

परमाणु क्रमांक $= 90 + 1 = 91$

परमाणु भार $= 234$ (अपरिवर्तित)

$\therefore \quad {}_{91}Pa^{234}$ होगा।

78. H_3PO_4 का तुल्यांकी भार $= \frac{98}{3}$

81. मोलरता $= \frac{10.6 \times 1000}{106 \times 500}$ मोल/लीटर $= 0.2$ M

100. ऑक्सीजन की प्रतिशत मात्रा $= 100 - 6.67 - 40 = 53.3390$

तत्व का संकेत	प्रतिशतता	परमाणु भार	परमाणुओं का आपेक्षिक अनुपात (मोलों की संख्या)	सरल अनुपात
H	6.67	1	$\frac{6.67}{1} = 6.67$	2
C	40	12	$\frac{40}{12} = 3.33$	1
O	53.33	16	$\frac{53.33}{16} = 3.33$	1

$\therefore$ मूलानुपाती सूत्र $= CH_2O$

अणुभार $= \frac{\text{भार}}{\text{आयतन}} \times 22400 = \frac{0.6}{224} \times 22400 = 60$

मूलानुपाती सूत्र का भार $= 12 + 2 + 16 = 30$

$\therefore \quad n = \frac{60}{30} = 2$

अणुसूत्र $= 2(CH_2O) = C_2H_4O_2 = CH_3COOH$