Shiksha Point

पॉलिटेक्निक

प्रवेश परीक्षा, पेपर 2010 Solution सलूशन

संकेत एवं हल

गणित

1. किसी ग्राहक को मोटर साइकिल खरीदने के लिए दी गई राशि = ₹ 44800

मोटर साइकिल का अंकित मूल्य = ₹ 40000

बिक्री कर का मूल्य = 44800 – 40000

= ₹ 4800

अतः मोटर साइकिल पर बिक्री कर की दर

$$= \frac{4800}{40000} \times 100 = 12\%$$

2. समान्तर रेखा $3x - 5y + 7 = 0$ ...(i)

और $6x - 10y - 5 = 0$

या $3x - 5y - \frac{5}{2} = 0$ ...(ii)

दी गई समान्तर रेखाओं की तुलना $ax + by + d = 0$ से करने पर, $d_1 = 7$ और $d_2 = -5/2$

अतः समान्तर रेखाओं के बीच की दूरी $= \left|\frac{d_1 - d_2}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$

$$= \left|\frac{7 + 5/2}{\sqrt{9 + 25}}\right| = \frac{19}{2\sqrt{34}} \text{ मात्रक}$$

3. $\cos\left(\frac{17\pi}{2} - A\right) + \cos\left(\frac{13\pi}{2} + A\right) + \sin(15\pi - A)$

$+ \sin(-A)$

$= \cos[8\pi + (\pi/2 - A)] + \cos[(6\pi + (\pi/2 + A)]$

$+ \sin[14\pi + (\pi - A)] - \sin A$

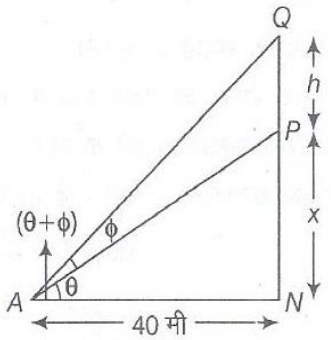
$= \cos(\pi/2 - A) + \cos(\pi/2 + A)$

$+ \sin(\pi - A) - \sin A$ $\left\{\begin{array}{l}\because \cos(2n\pi + \theta) = \cos\theta \\ \sin(2n\pi + \theta) = \sin\theta \\ \text{जहाँ, } (n \in z^+)\end{array}\right\}$

$= \sin A - \sin A + \sin A - \sin A = 0$

4. माना ऊर्ध्वाधर स्तम्भ की ऊँचाई $= h$ मी

दिया है, $\tan\theta = \frac{1}{2}$



$\tan\phi = 1/3$

अब ΔAPN में, $\tan\theta = \frac{x}{40} = 1/2$

$\Rightarrow \quad x = 20$ मी ....(i)

और ΔAQN में,

$\tan(\phi + \theta) = \frac{x + h}{40} = \frac{20 + h}{40}$

$$\frac{\tan\phi + \tan\theta}{1 - \tan\theta \cdot \tan\phi} = \frac{20 + h}{40} \Rightarrow \frac{1/3 + 1/2}{1 - 1/2 \cdot 1/3}$$

$$= \frac{20 + h}{40}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = \frac{20 + h}{40} \Rightarrow 40 = 20 + h \Rightarrow h = 40 - 20$$

$\therefore \quad h = 20$ मी

6. यदि $f(x) = \log_e \sin x$ और $\phi(x) = \log_e \cos x$

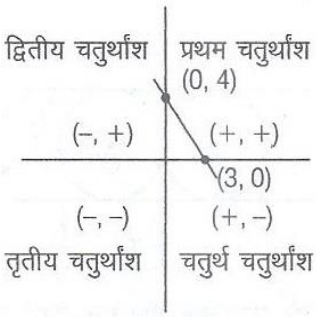
तब

$$e^{2f(x)} + e^{2\phi(x)} = e^{2\log_e \sin x} + e^{2\log_e \cos x}$$

$$= e^{\log_e \sin^2 x} + e^{\log_e \cos^2 x}$$

$$= \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

8. रेखा $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$



तुलना करने पर, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$\Rightarrow \quad a = 3, b = 4$

चूँकि दोनों धनात्मक हैं इसलिए रेखा प्रथम, द्वितीय और चतुर्थ चतुर्थांश से होकर गुजरेगी।

9. यदि $2x = \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}$ ...(i)

दोनों तरफ का वर्ग करने पर, $4x^2 = a + \frac{1}{a} + 2$

दोनों तरफ 4 घटाने पर,

$$4x^2 - 4 = a + \frac{1}{a} + 2 - 4$$

$$4(x^2 - 1) = a + \frac{1}{a} - 2 = \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2$$

$$2\sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \quad \text{...(ii)}$$

अब, $\frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}}$

$$= \frac{1/2\left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)}{1/2\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right) - 1/2\left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)}{\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} - \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)}$$

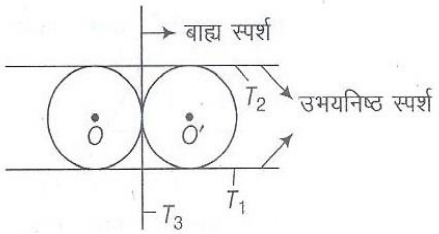
$$= \frac{\frac{a - 1}{\sqrt{a}}}{2/\sqrt{a}}$$

$$= \frac{1}{2}(a - 1)$$

10. $\log_b a \cdot \log_c b \cdot \log_a c$

$$= \frac{\log a}{\log b} \cdot \frac{\log b}{\log c} \cdot \frac{\log c}{\log a} = 1$$

11. बाह्य स्पर्श करने वाले दो वृत्तों की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्या तीन होती हैं।



इसमें दो वास्तविक और एक-दूसरे से भिन्न स्पर्श रेखा होती हैं तथा एक स्पर्श रेखा दोनों वृत्तों की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा होती है।

जहाँ, T_1, T_2 तथा T_3 उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाएँ हैं।

12. माना एक समबहुभुज का बहिष्कोण = $x°$

तब उसका अन्तः कोण = $x° + 144°$

हम जानते हैं, कि

बहिष्कोण + अन्तः कोण = $180°$

$\Rightarrow \quad x° + (x° + 144°) = 180°$

$\Rightarrow \quad 2x° = 180° - 144° = 36°$

$\Rightarrow \quad x° = 18°$

अतः बहुभुज की भुजाएँ = $\frac{360°}{\text{बहिष्कोण}} = \frac{360°}{18°} = 20$

13. प्रथम व्यंजक = $x^4 + 3x^2 - 4$

$= x^4 + 4x^2 - x^2 - 4$

$= x^2(x^2 + 4) - 1(x^2 + 4)$

$= (x^2 + 4)(x^2 - 1)$

द्वितीय व्यंजक = $x^4 - 4x^2 + 3$

$= x^4 - 3x^2 - x^2 + 3$

$= x^2(x^2 - 3) - 1(x^2 - 3)$

$= (x^2 - 1)(x^2 - 3)$

अतः प्रथम तथा द्वितीय व्यंजक का म.स. = $(x^2 - 1)$

14. माना समीकरण $x^2 - px + 8p - 15 = 0$

के दो समान मूल (α, α) हैं।

तब मूलों का योगफल = $\alpha + \alpha = -\left(\frac{-p}{1}\right)$

$2\alpha = p \Rightarrow \alpha = p/2 \quad \ldots$ (i)

मूलों का गुणनफल = $\alpha \cdot \alpha = \frac{(8p - 15)}{1}$

$\alpha^2 = 8p - 15$

$(p/2)^2 = 8p - 15 \quad$ [समी (i) से]

$p^2/4 = 8p - 15 \Rightarrow p^2 = 32p - 60$

$p^2 - 32p + 60 = 0$

$p(p - 30) - 2(p - 30) = 0$

$(p - 2)(p - 30) = 0$

अतः p का मान = 2 या 30

15. माना घन की विमा बिना वृद्धि किए = a

100% वृद्धि के बाद घन की विमा = $a + a = 2a$

तब बिना वृद्धि के घन का सम्पूर्ण पृष्ठ = $6(\text{भुजा})^2 = 6a^2$

100% वृद्धि के बाद घन का सम्पूर्ण पृष्ठ = $6(\text{भुजा})^2$

$= 6(2a)^2 = 4 \times 6a^2$

$= 4 \times$ (पहले घन का सम्पूर्ण पृष्ठ)

अतः घन का सम्पूर्ण पृष्ठ 400% तक बढ़ जाएगा।

16. बेलनाकार रोलर का व्यास = 2.4 मी

तथा उसकी लम्बाई = 1.68 मी

बेलनाकार रोलर का वक्रपृष्ठ = मैदान का एक चक्कर

अतः 1000 चक्कर लगाने के बाद,

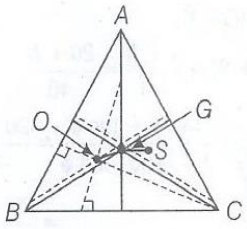
मैदान का क्षेत्रफल = $1000 \times$ बेलन का वक्रपृष्ठ

$= 1000 \times 2 \times \frac{22}{7} \times$ त्रिज्या $\times$ लम्बाई

$= 1000 \times 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{2.4}{2} \times 1.68 = 12672$ मी^{2}

17. किसी चतुर्भुज के बाह्य कोणों के अर्द्धकों से बनी आकृति भी स्वयं चतुर्भुज होती है।

18. त्रिभुज का लम्बकेन्द्र = O



त्रिभुज का केन्द्रक = G

त्रिभुज का परिकेन्द्र = S

हम जानते हैं, कि किसी त्रिभुज के लम्बकेन्द्र (O), केन्द्रक (G) और परिकेन्द्र (S) में निम्न सम्बन्ध होता है

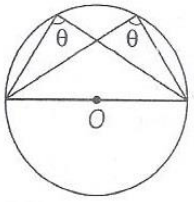
$OG : SG = 2 : 1$

$\frac{OG}{SG} = \frac{2}{1}$ ($\because$ दिया है $SG = 3$ सेमी)

तब, $\quad OG = 2 \times SG = 2 \times 3$

$OG = 6$ सेमी

19. किसी वृत्त के उसी खण्ड में बने कोई दो कोण सदैव समान होते हैं।



20. $\sqrt{\frac{x}{1-x}} + \sqrt{\frac{1-x}{x}} = 2\frac{1}{6}$

$\sqrt{\frac{x}{1-x}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{x}{1-x}}} = \frac{13}{6}$

माना $\sqrt{\frac{x}{1-x}} = y$ ...(i)

$y + \frac{1}{y} = \frac{13}{6} \Rightarrow \frac{y^2+1}{y} = \frac{13}{6}$

$\Rightarrow \quad 6y^2 + 6 = 13y$

$\Rightarrow \quad 6y^2 - 13y + 6 = 0$

$\Rightarrow \quad 6y^2 - 9y - 4y + 6 = 0$

$\Rightarrow \quad 3y(2y-3) - 2(2y-3) = 0$

$\Rightarrow \quad (2y-3)(3y-2) = 0 \quad y = \frac{3}{2}$ या $\frac{2}{3}$

जब $y = \frac{3}{2}$, तब समी (i) से,

$\Rightarrow \quad \sqrt{\frac{x}{1-x}} = \frac{3}{2}$

दोनों तरफ वर्ग करने पर,

$\frac{x}{1-x} = \frac{9}{4}$

$\Rightarrow \quad 4x = 9 - 9x$

$13x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{13}$

जब $y = \frac{2}{3}$, तब समी (i) से, $\sqrt{\frac{x}{1-x}} = \frac{2}{3}$

दोनों तरफ वर्ग करने पर,

$\frac{x}{1-x} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9x = 4 - 4x$

$13x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{13}$

अतः $x = \frac{9}{13}$ या $\frac{4}{13}$

21. प्रथम रेखा $a_1x + b_1y + c_1 = 0$

$y = \frac{-a_1}{b_1}x - \frac{c_1}{b_1}$

तुलना करने पर, $y = m_1x + c_1$

माना प्रथम रेखा की प्रवणता m_1 है,

तब $m_1 = -\frac{a_1}{b_1}$

द्वितीय रेखा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

$y = \frac{-a_2}{b_2}x - \frac{c_2}{b_2}$

तुलना करने पर, $y = m_2x + c_2$

माना द्वितीय रेखा की प्रवणता m_2 है, तब $m_2 = -\frac{a_2}{b_2}$

माना दोनों रेखाओं के बीच का कोण $= \theta$

तब, $\tan\theta = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2}\right|$

$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{\frac{-a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2}}{1 + \frac{a_1a_2}{b_1b_2}}\right|$

$\theta = \tan^{-1}\left|\left(\frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_1a_2 + b_1b_2}\right)\right|$

$= \tan^{-1}\left(\frac{a_1b_2 - a_2b_1}{a_1a_2 + b_1b_2}\right)$

22. 5 संख्याओं का समान्तर माध्य $= 10$

अतः $\frac{4 + 9 + 11 + x + 14}{5} = 10 \Rightarrow x + 38 = 50$

$x = 50 - 38 \Rightarrow x = 12$

23. बिन्दु (3, 7) तथा (–2, 6) रेखा $y = mx + c$ पर स्थित है, तब ये दोनों बिन्दु इसे सन्तुष्ट करेंगे।

$7 = 3m + c \Rightarrow 7 - 3m = c$ ...(i)

$6 = -2m + c \Rightarrow 6 + 2m = c$ ...(ii)

दोनों समीकरणों की तुलना करने पर,

$7 - 3m = 6 + 2m \Rightarrow 1 = 5m$

$\Rightarrow \quad m = \frac{1}{5}$

समी (i) से, $7 - \frac{3}{5} = c$

$\Rightarrow \quad c = \frac{32}{5} \Rightarrow c = 6\frac{2}{5}$

24. त्रिभुज के कोणार्द्धक का गुण प्रयोग करने पर,

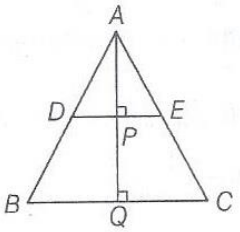
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC}$$

$$XC = (BX) \times \left(\frac{AC}{AB}\right) \quad \ldots(i)$$

दिया है $BX = 4.8$ सेमी, $AB = 8$ सेमी, $AC = 10$ सेमी

समी (i) से, $XC = \frac{48}{10} \times \frac{10}{8} \Rightarrow XC = 6$ सेमी

25. चित्र में ΔADE तथा ΔABC समरूप त्रिभुज है। माना ΔADE का क्षेत्रफल 16 सेमी^{2} तथा ΔABC का क्षेत्रफल 25 सेमी^{2} है।



हम जानते हैं, कि समरूप त्रिभुज का गुण,

$$\frac{AP}{AQ} = \frac{DE}{BC} \quad \ldots(i)$$

ΔADE का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times DE \times AP = 16$

$$DE \times AP = 32 \quad \ldots(ii)$$

ΔABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times BC \times AQ = 25$

$$BC \times AQ = 50 \quad \ldots(iii)$$

समी (ii) में समी (iii) से भाग करने पर,

$$\frac{DE \times AP}{BC \times AQ} = \frac{32}{50} \Rightarrow \left(\frac{DE}{BC}\right)\left(\frac{AP}{AQ}\right) = \frac{32}{50}$$

$$\left(\frac{AP}{AQ}\right)\left(\frac{AP}{AQ}\right) = \frac{32}{50} \quad \text{[समी (i) से]}$$

$$\left(\frac{AP}{AQ}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{AP}{AQ} = \frac{4}{5}$$

$\Rightarrow$ $AP : AQ = 4 : 5$

26. प्रथम दस प्राकृत संख्याएँ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

यहाँ, पदों की संख्या $n = 10$ (सम)

$\therefore$ माध्यिका

$$= \frac{\frac{n}{2}\text{वें पद का मान} + \left(\frac{n}{2}+1\right)\text{वें पद का मान}}{2}$$

$$= \frac{\frac{10}{2}\text{वें पद का मान} + \left(\frac{10}{2}+1\right)\text{वें पद का मान}}{2}$$

$$= \frac{5\text{वें पद का मान} + 6\text{वें पद का मान}}{2}$$

$$= \frac{5+6}{2} = \frac{11}{2} = 5.5$$

27. माना घन की भुजा $= a$ सेमी

तब घन का आयतन $= a^3 = 27$ (दिया है)

$\Rightarrow$ $a^3 = (3)^3$

$\therefore$ $a = 3$ सेमी

अत: घन का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 6a^2$

$= 6 \times (3)^2 = 6 \times 9 = 54$ सेमी^{2}

28. माना गोले की त्रिज्या $= r$

गोले का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 36\,\pi$ सेमी^{2} (दिया है)

$r^2 = (3)^2$

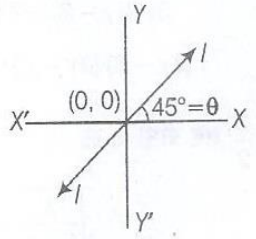
$\therefore$ $r = 3$

अत: गोले का आयतन $= 4/3\ \pi r^3$

$= 4/3\ \pi\ (3)^3 = 4\ \pi\ (3)^2$

$= 4 \times 9 \times \pi = 36\,\pi$ सेमी^{3}

29. उस रेखा की समीकरण जो मूलबिन्दु (0, 0) से होकर जाती है तथा जो X-अक्ष से धनात्मक दिशा में 45° का कोण बनाती है।



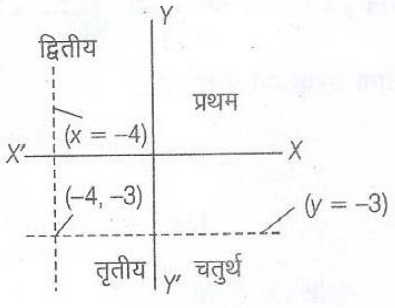
$(y - y_1) = m\,(x - x_1)$

$(y - 0) = \tan\theta\,(x - 0)$ ($\because m = \tan\theta$)

$y = \tan 45° \cdot x$

$y = 1 \cdot x \Rightarrow y = x$ या $x = y$

30. रेखाएँ $(x = -4)$ तथा रेखा $(y = -3)$ एक-दूसरे को तृतीय चतुर्थांश में काटेगी।



31. चार घण्टियाँ क्रमशः 4 सेकण्ड, 6 सेकण्ड, 8 सेकण्ड और 14 सेकण्ड के अन्तराल में बजती हैं।

अगली बार एकसाथ का समय = ल.स. (4, 6, 8, 14)

= 168 सेकण्ड

= 2 मिनट 48 सेकण्ड

अतः 12 के बाद एकसाथ बजने का समय 12 बजकर 2 मिनट 48 सेकण्ड है।

32. माना (8 : 21 :: 13 : 31), x जोड़ने पर योगफल समानुपात हो जाता है, तब

$$(8 + x) : (21 + x) :: (13 + x) : (31 + x)$$

$$\Rightarrow \quad (8 + x)/(21 + x) = (13 + x)/(31 + x)$$

$$\Rightarrow \quad (31 + x)(8 + x) = (13 + x)(21 + x)$$

$$\Rightarrow 248 + 8x + 31x + x^2 = 273 + 21x + 13x + x^2$$

$$\Rightarrow \quad 248 + 39x = 273 + 34x$$

$$\Rightarrow \quad 5x = 25$$

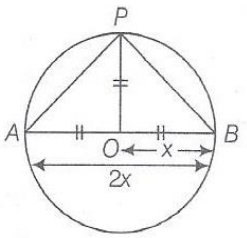
$$\therefore \quad x = 5$$

33. $\dfrac{1}{1+p^{x-y}} + \dfrac{1}{1+p^{y-x}}$

$$= \frac{1}{1+\frac{p^x}{p^y}} + \frac{1}{1+\frac{p^y}{p^x}} = \frac{p^y}{p^y+p^x} + \frac{p^x}{p^x+p^y}$$

$$= \frac{p^y + p^x}{p^x + p^y} = 1$$

34. x सेमी त्रिज्या के अर्द्धवृत्त के अन्दर बने बड़े-से-बड़े त्रिभुज का क्षेत्रफल = x^2 सेमी^{2} होता है।



उत्पत्ति ΔAPB का क्षेत्रफल = $1/2 \times (AB) \times (PO)$

$$= \frac{1}{2} \times 2x \times x$$

$$= x^2 \text{ सेमी}^2$$

35. संख्या 985527 के भाज्य गुणनखण्ड संख्या है

$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 23 \times 23 \times 23$

$= 3 \times (3)^3 \times (23)^3 = 3 \times (69)^3$

अतः '3' से भाग देने पर संख्या 985527 पूर्ण घन बन जाएगी।

36. वृत्त की दो जीवाएँ प्रतिच्छेदित करती है, तब

$$AE \times BE = CE \times DE$$

$$= 4 \times 2 = 8 \text{ सेमी}^2$$

37. $\cos 20° \cos 70° - \sin 20° \sin 70°$

$$= \cos(20° + 70°) = \cos 90° = 0$$

$[\because \cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B]$

38. वृत्त की त्रिज्या = 5 सेमी

वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi (5)^2 = 25\pi$ सेमी^{2}

वृत्त की परिधि = $2\pi (5) = 10\pi$ सेमी

अतः प्रतिशतता, वृत्त के क्षेत्रफल की उसकी परिधि के सापेक्ष

$$= \frac{25\pi}{10\pi} \times 100 = 250\%$$

39. प्रवाह रेखा का चिह्न (↓) होता है।

40. $\sin 382\frac{1}{2}° = \sin\frac{765°}{2}$

$$= \sin\left(360° + \frac{45°}{2}\right)$$

$$= \sin\frac{45°}{2} \qquad \left[\because \cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta \Rightarrow \sin\theta = \sqrt{\frac{1-\cos 2\theta}{2}}\right]$$

$$= \sqrt{\frac{1-\cos 45°}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}{2}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}}}$$

41. युगपत समीकरण

$$2x + b_1 y + c_1 = 0$$

$$x + \frac{b_1}{2} y + \frac{c_1}{2} = 0 \qquad \ldots(i)$$

तथा समीकरण $x + b_2 y + c_2 = 0$ ...(ii)

के अनन्त हल होंगे तब,

जब $\quad \dfrac{b_1}{2} = b_2 \Rightarrow b_1 = 2b_2$

तथा $\quad \dfrac{c_1}{2} = c_2 \Rightarrow c_1 = 2c_2$

42. अब्दुल के बचत खाते में 1 जनवरी, 2008 से 12-1-2008 तक की डाली गई राशि

= 500 + 500 + 200 + 500 = ₹ 1700

तथा 15-1-2008 को निकाली गई राशि = ₹ 700

अतः माह के अन्त में = (1700 – 700) = ₹1000

₹ 1000 पर ब्याज देय होगा।

43. $2^{x-1} + 2^{x+1} = 320$

$\Rightarrow \quad 2^x \cdot 2^{-1} + 2^x \cdot 2^1 = 320$

$\Rightarrow \quad 2^x \left(\frac{1}{2} + 2\right) = 320$

$\Rightarrow \quad 2^x \cdot \frac{5}{2} = 320$

$\Rightarrow \quad 2^x = 64 \times 2$

$\Rightarrow \quad 2^x = 128 \Rightarrow 2^x = 2^7$

तुलना करने पर, $x = 7$

44. शंकु की ऊँचाई $= h$

शंकु का वक्रवृष्ठ 'c' $= \pi rl = \pi r\sqrt{r^2 + h^2}$

शंकु का आयतन $(V) = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

तब, $3\pi Vh^3 - c^2h^2 + 9V^2$

$= 3\pi \times \frac{1}{3}\pi r^2 h \times h^3 - \pi^2 r^2 (r^2 + h^2)h^2 + 9 \times \frac{1}{9}\pi^2 r^4 h^2$

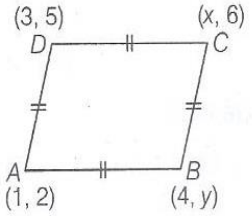
$= \pi^2 r^2 h^4 - \pi^2 r^2 h^2 (r^2 + h^2) + \pi^2 r^4 h^2$

$= \pi^2 r^2 h^2 (h^2 + r^2 - r^2 - h^2)$

$= \pi^2 r^2 h^2 \cdot 0$

$= 0$

46. समान्तर चतुर्भुज में,



$AB = CD$ ...(i)

$BC = AD$ ...(ii)

$AB = \sqrt{(1-4)^2 + (2-y)^2}$

$= \sqrt{9 + 4 + y^2 - 4y}$

$= \sqrt{13 + y^2 - 4y}$

$BC = \sqrt{(4-x)^2 + (y-6)^2}$

$= \sqrt{16 + x^2 - 8x + y^2 + 36 - 12y}$

$= \sqrt{x^2 + y^2 - 8x - 12y + 52}$

$CD = \sqrt{(x-3)^2 + (6-5)^2}$

$= \sqrt{x^2 + 9 - 6x + 1}$

$= \sqrt{x^2 - 6x + 10}$

$DA = \sqrt{(3-1)^2 + (5-2)^2}$

$= \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$

समी (i) से, $AB^2 = CD^2$

$13 + y^2 - 4y = x^2 - 6x + 10$

$x^2 - y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$ ...(iii)

समी (ii) से, $BC^2 = AD^2$

$x^2 + y^2 - 8x - 12y + 52 = 13$

$x^2 + y^2 - 8x - 12y + 39 = 0$ ...(iv)

समी (i) तथा (iv) को हल करने पर,

$x = 6, y = 3$

47. टंकी से पानी बहने की चाल = 1 किमी/घण्टा

$= \frac{5}{18}$ मी/से

टंकी की त्रिज्या = 6 सेमी

= 0.06 सेमी

अब खाली टंकी को पूरी तरह से भरने में लगा समय

$= \frac{\text{बेलनाकार टंकी का आयतन}}{\text{टंकी का क्षेत्रफल} \times \text{चाल}}$

$= \frac{\pi \times 2 \times 2 \times 4.5}{0.06 \times 0.06 \times \frac{5}{18}}$

= 18000 सेकण्ड

= 5 घण्टे

48. $2\log_8 m = p$

$\Rightarrow \quad \frac{\log m}{\log 8} = \frac{p}{2}$

$\Rightarrow \quad \frac{\log m}{\log (2)^3} = \frac{p}{2}$

$\Rightarrow \quad \frac{\log m}{3\log 2} = \frac{p}{2}$

$\log_2 m = \frac{3p}{2}$ ...(i)

$\Rightarrow \quad \log_2 (2m) = q$

$\Rightarrow \quad \log_2 2 + \log_2 m = q$

$\Rightarrow \quad 1 + \log_2 m = q$

$\Rightarrow \quad \log_2 m = q - 1$ ...(ii)

समी (i) व (ii) से,

$\frac{3p}{2} = q - 1$

$3p = 2q - 2$ ...(iii)

दिया है, $q - p = 4$

$\Rightarrow \quad q = p + 4 \quad \ldots(iv)$

समी (iii) व (iv) से,

$3p = 2(p + 4) - 2$

$3p = 2p + 8 - 2$

$p = 6$

समी (iv) से, $q = 6 + 4 = 10$

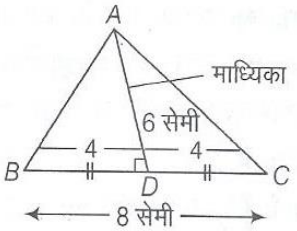
समी (ii) से, $\log_2 m = 10 - 1 = 9$

$\Rightarrow \quad m = 2^9$

$\therefore \quad m = 512$

49. $AB^2 + AC^2 = ?$

हम जानते हैं, कि



$AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + DC^2)$

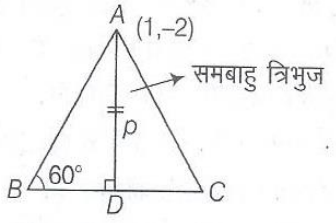
$= 2[(6)^2 + (4)^2]$

$= 2(36 + 16)$

$= 2 \times 52$

$= 104$ सेमी

50. बिन्दु $(1, -2)$ से रेखा $5x - 12y + 10 = 0$ पर डाले गए लम्ब की माप,



$5x - 12y + 10 = 0$

$$p = \left|\frac{5 \times 1 - 12 \times (-2) + 10}{\sqrt{25 + 144}}\right|$$

$$p = \left|\frac{5 + 24 + 10}{\sqrt{169}}\right| = \left|\frac{39}{13}\right| = |3|$$

$AD = p = 3$

ΔABD में, $\sin 60° = \frac{AD}{AB}$

$\Rightarrow \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{AB}$

$\Rightarrow \quad AB = 2\sqrt{3}$

ΔABC (समबाहु त्रिभुज) का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4}$ (भुजा)^2

$= \frac{\sqrt{3}}{4}(AB)^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2\sqrt{3})^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times 3$

$= 3\sqrt{3}$ वर्ग मात्रक

भौतिकी एवं रसायन

51. विसरण की दर, $r \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$ तथा $r = \frac{\text{आयतन}, V}{\text{समय}, t}$

$\Rightarrow \quad \frac{V_A \cdot t_B}{V_B \cdot t_A} = \sqrt{\frac{M_B}{M_A}}$

दिया है, $t_A = t_B = t$

$V_A = 100$ सेमी^{3}

$M_B = 32, M_A = 2$

$\therefore \quad \frac{100 \times t}{t \times V_B} = \sqrt{\frac{32}{2}} \Rightarrow \frac{100}{V_B} = 4$

$\therefore \quad V_B = \frac{100}{4}$

$= 25$ सेमी^{3}

52. विसरण की दर, $r \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$

अथवा $\frac{r_{H_2}}{r_{O_2}} = \sqrt{\frac{M_{O_2}}{M_{H_2}}}$

$= \sqrt{\frac{32}{2}}$

$= \sqrt{16} = \frac{4}{1}$

$\frac{r_{O_2}}{r_{H_2}} = 1 : 4$

53. यौगिक जिनके अणुसूत्र समान होते हैं परन्तु संरचना सूत्र भिन्न-भिन्न होते हैं, समावयवी यौगिक कहलाते हैं। दिए गए दोनों यौगिकों का अणुसूत्र समान अर्थात् C_2H_6O है। अतः ये समावयवी यौगिक है।

54. शैम्पू, असंतृप्त वसीय अम्लों के पोटैशियम लवण होते हैं। $C_{17}H_{33}COOK$ एक असंतृप्त वसीय अम्ल का लवण है। अतः इसका प्रयोग शैम्पू के निर्माण में किया जाता है।

55. वे बहुलक, जो त्रिविमीय तिर्यक बन्ध युक्त संरचना रखते हैं तथा गर्म करने पर कठोर, अगलनीय पदार्थ में परिवर्तित हो जाते हैं, थर्मोसेटिंग (तापदृढ़) प्लास्टिक कहलाते हैं। **जैसे** बैकेलाइट।

56. कृत्रिम गोल्ड Cu = 95% तथा Al = 5% की मिश्रधातु है जबकि ऐल्युमीनियम ब्रान्ज़ का संघटन Cu = 90% तथा Al = 10% है। अन्य सभी दी गई मिश्रधातुओं का संघटन कृत्रिम गोल्ड से भिन्न है।

57. किसी अयस्क को वायु की नियन्त्रित मात्रा अथवा अनुपस्थिति में गर्म करने का प्रक्रम निस्तापन कहलाता है। इसके द्वारा मुख्यत: कार्बोनेटों तथा हाइड्रॉक्साइडों को संगत ऑक्साइडों में परिवर्तित किया जाता है।

नोट निस्तापन को परिवर्ती भट्टी (Reverberatory furnace) में किया जाता है।

58.

अयस्क का नाम	सूत्र
ऐज़ुराइट	$Cu(OH)_2 \cdot 2CuCO_3$
मैलेकाइट	$Cu(OH)_2 \cdot CuCO_3$
क्यूप्राइट	Cu_2O
कैल्कोसाइट	Cu_2S

अत: $Cu(OH)_2 \cdot CuCO_3$ मैलेकाइट है।

59. साल अमोनिक (नौसादर) अर्थात् अमोनियम क्लोराइड, गर्म करने पर अमोनिया तथा हाइड्रोजन क्लोराइड गैस में विघटित हो जाता है।

$$NH_4Cl(s) \xrightarrow{\Delta} \underset{\text{अमोनिया}}{NH_3(g)} + \underset{\text{हाइड्रोजन क्लोराइड}}{HCl(g)}$$

60. किसी आवर्त में बाईं से दाईं ओर चलने पर प्रभावी नाभिकीय आवेश घटने के कारण, तत्वों की आयनिक त्रिज्या घटती है। इसके अतिरिक्त, बाईं से दाईं ओर जाने पर तत्वों की इलेक्ट्रॉन निकालने की प्रकृति भी कम होती है। अत: धन विद्युती प्रकृति तथा धात्विकता भी समान दिशा में कम होती हैं। धातुओं के ऑक्साइड, क्षारकीय (Basic) होते हैं। जबकि अधातुओं के ऑक्साइड, अम्लीय होते हैं। अत: किसी आवर्त में तत्वों के ऑक्साइडों की क्षारीय प्रकृति घटती है।

61. परमाणु क्रमांक 17 वाले तत्व का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास 2, 8, 7, है चूँकि इलेक्ट्रॉनिक विन्यास में तीन कक्षाएँ हैं। अत: यह III आवर्त में उपस्थित होना चाहिए। अन्तिम कक्षा में सात इलेक्ट्रॉनों की उपस्थिति दर्शाती है कि यह तत्व VIII A समूह का है।

62. $\underset{120\text{ ग्राम}}{MgSO_4} \cong \underset{100\text{ ग्राम}}{CaCO_3}$

120 ग्राम $MgSO_4 \cong$ 100 ग्राम $CaCO_3$

$\therefore$ 0.012 ग्राम/लीटर $MgSO_4 \cong \frac{100}{120} \times 0.012$ ग्राम/लीटर

$= 0.01$ ग्राम/लीटर

$$\underset{162\text{ ग्राम}}{Ca(HCO_3)_2} \cong \underset{100\text{ ग्राम}}{CaCO_3}$$

$\therefore$ 0.081 ग्राम/लीटर $Ca(HCO_3)_2 \cong \frac{100}{162} \times 0.081$

$= 0.05$ ग्राम/लीटर

$CaCO_3$ की कुल मात्रा = (0.01 + 0.05) ग्राम/लीटर

= 0.06 ग्राम/लीटर = 60 मिग्रा/लीटर

= 60 ppm = 6°

[$\because$ 100 मिग्रा $CaCO_3$ प्रति लीटर = 1°]

63. शुद्ध जल उदासीन होता है। अत: इसका पी.एच. मान 7 है।

64. लकड़ी विभिन्न हाइड्रोकार्बनों जैसे सेलुलोस, हेमीसेलुलोस आदि का मिश्रण होती है।

65. दिया है,

बायो गैस का ऊष्मीय मान = 35 किलोजूल/ग्राम

अर्थात् 1 ग्राम बायोगैस द्वारा उत्पन्न ऊष्मा = 35 किलो जूल

$\therefore 0.5 \times 10^3$ ग्राम बायोगैस द्वारा ऊष्मा उत्पन्न होगी

$= \frac{35 \times 0.5 \times 10^3}{1}$ किलोजूल

$= 1.75 \times 10^4$ किलोजूल $= 17.5 \times 10^6$ जूल

66. सोडियम कार्बोनेट, तनु अम्लों से क्रिया करके कार्बन डाइऑक्साइड गैस नियुक्त (Release) करता है। यह गैस, आग को घेरकर, आग की ऑक्सीजन आपूर्ति को बाधित कर देती है। जिस कारण आग बुझ जाती है। अत: सोडियम कार्बोनेट Na_2CO_3 का प्रयोग आग को बुझाने के लिए किया जाता है।

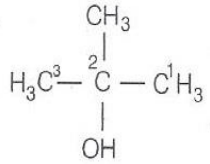
67. कैलगन रासायनिक रूप से $Na_2[Na_4(PO_3)_6]$, अर्थात् सोडियम हेक्सामेटाफॉस्फेट है। यह जल की कठोरता को दूर करने के लिए प्रयुक्त किया जाता है।

68. सल्फर डाइऑक्साइड गैस के साथ अभिक्रिया करके सल्फ्यूरस अम्ल बनाती है जोकि एक प्रबल अम्ल है। अत: सल्फर डाइऑक्साइड का जलीय विलयन अम्लीय होता है।

$$SO_2 + H_2O \rightarrow \underset{\text{सल्फ्यूरस अम्ल}}{H_2SO_3}$$

69. ड्यूमा विधि के द्वारा, नाइट्रोजन की प्रतिशतता की गणना की जाती है। अतः इस विधि के द्वारा नाइट्रोजन का मात्रात्मक आकलन किया जाता है।

70.



सबसे लम्बी शृंखला में तीन कार्बन परमाणु उपस्थित हैं अतः मूल शब्द 'प्रोप' है। चूँकि यह यौगिक संतृप्त है। अतः यह प्रोपेन का व्युत्पन्न है। हाइड्रॉक्सिल (— OH) क्रियात्मक समूह की उपस्थिति के कारण, प्रत्यय 'ऑल' प्रयुक्त होगा। अतः इस यौगिक का आई.यू.पी.ए.सी. नाम 2-मेथिल प्रोपेन 2-ऑल अथवा 2-मेथिल प्रोपेनॉल-2 है।

71. ऑक्सीजन गैस, लिटमस के प्रति उदासीन होती है। अतः यह न तो अम्लीय होती है और न ही क्षारकीय।

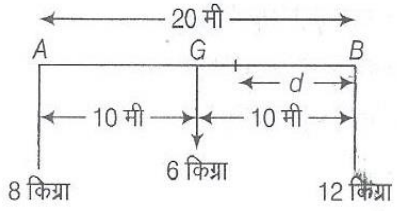
72. $HCl + AgNO_3 \longrightarrow \underset{\text{सिल्वर क्लोराइड (सफेद अवक्षेप)}}{AgCl(s)} + NHO_3$

73. हाइड्रोजन सल्फाइड गैस की गन्ध सड़े हुए अण्डों के समान होती है।

74. नाभिकीय रिऐक्टर में, बोरॉन अथवा कैडमियम की छड़ों का प्रयोग नियन्त्रक छड़ों के रूप में किया जाता है क्योंकि इनमें न्यूट्रॉनों को अवशोषित करने की क्षमता होती है।

75. गैलिक अम्ल की उपस्थिति स्याही को नीला-काला रंग देता है।

76.



माना सन्तुलन बिन्दु 12 किग्रा-भार से d दूरी पर होगा। सन्तुलन की अवस्था में,

$$8 \times (20 - d) + 6(10 - d) = 12d$$

$$160 - 8d + 60 - 6d = 12d$$

$$26d = 220$$

$$d = \frac{220}{26}$$

$$d = 8.46 \text{ मी}$$

77. द्वितीय वर्ग के उत्तोलक में भार W तथा आयास P, आलम्ब F के एक ही ओर होते हैं। अतः चित्र द्वितीय श्रेणी के उत्तोलक को प्रदर्शित करता है।

78. दाब, $p = \frac{F}{A}$

प्रश्नानुसार, $p' = \frac{2F}{\frac{A}{2}}$

$$\Rightarrow \quad p' = 4\left(\frac{F}{A}\right)$$

$$\therefore \quad p' = 4p'$$

79. वेग सदिश राशि है।

80. परिणाम, $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta$

$$0 = 2P^2 + 2P^2\cos\theta \qquad [\because P = Q]$$

$$\Rightarrow \quad \cos\theta = -1$$

$$\therefore \quad \theta = 180°$$

81. इंजन की सामर्थ्य, $P = 30$ किलोवाट

$$= 30 \times 1000 \text{ वाट}$$

द्रव्यमान, $m = 150$ किग्रा

$h = 50$ मी

सामर्थ्य $P = \frac{mgh}{t}$

या समय, $t = \frac{mgh}{P}$

$$= \frac{150 \times 9.8 \times 50}{30 \times 1000}$$

$$= 2.45 \text{ सेकण्ड}$$

82. $W = mg$

$W = 1 \times 9.8 = 9.8$ न्यूटन

83. आवृत्ति $(n) \propto \frac{1}{\text{तरंगदैर्ध्य } \lambda}$

$$\therefore \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\text{या} \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{4}{3}$$

तथा आवर्तकाल $(T) = \frac{1}{\text{आवृत्ति } (n)}$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{4}{3}$$

84. अनुप्रस्थ तरंगें उत्पन्न ठोस, द्रव व गैस में उत्पन्न की जा सकती हैं।

85. द्रव की गहराई पर दाब, $p = hdg$

87. आदर्श गैस की आन्तरिक ऊर्जा केवल ताप पर निर्भर करती हैं।

88. ऊष्मा $Q = m \times s \times \Delta t$

$= 600 \times 1 \times (80 - 30)$

$= 600 \times 50$

$= 30000$ कैलोरी

89. निकट दृष्टि दोष के निवारण के लिए अवतल लेन्स का प्रयोग किया जाता है।

90. $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 2 : 3$

जहाँ, α = रेखीय प्रसार गुणांक

β = क्षेत्रीय प्रसार गुणांक

γ = आयतन प्रसार गुणांक

91. ताप के साथ घनत्व का परिवर्तन

$d_t = d_0 (1 - \gamma t)$

92. बैंगनी रंग की आवृत्ति अधिकतम होती है।

93. वस्तु का आपेक्षिक घनत्व

$$= \frac{\text{पिण्ड का वायु में भार}}{\text{जल में पिण्ड के भार में कमी}} = \frac{w_1}{w_1 - w_2}$$

94. ऊष्मा, $W = i^2 R t$

प्रतिरोध $R = \dfrac{W}{i^2 t}$

$$= \frac{540 \times 1000}{(3)^2 \times 4 \times 60}$$

$= 250$ ओम

96. $u = -25$ सेमी, $v = -0.40$ सेमी

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-40} - \frac{1}{-25}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{-5 + 8}{200}$$

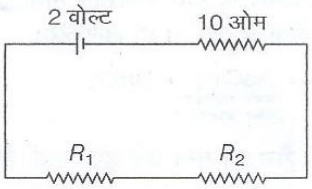
$f = 66.7$ सेमी

दूरदृष्टि दोष के निवारण के लिए उत्तल लेन्स का प्रयोग किया जाता है।

97. $\phi = B \cdot A$ या $B = \dfrac{\phi}{A}$

98. विद्युत ऊर्जा को वाट-घण्टा-मीटर या किलोवाट घण्टा-मीटर यन्त्र द्वारा मापा जाता है।

99.



क्योंकि R_1 तथा R_2 श्रेणीक्रम में हैं इसलिए R_1 तथा R_2 प्रतिरोध में धारा की समान मात्रा प्रवाहित होगी।

अतः R_1 तथा R_2 में बहने वाली धाराओं का अनुपात 1 : 1 होगा।

100. μ_0 निर्वात् की चुम्बकशीलता होती है, इसका मान $4\pi \times 10^{-7}$ न्यूटन/ऐम्पियर^2 होता है।

अतः $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ न्यूटन/ऐम्पियर^2

या $\dfrac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}$ न्यूटन/ऐम्पियर^2