Shiksha Point

पॉलिटेक्निक

प्रवेश परीक्षा, पेपर 2008 Solution सल्यूशन

संकेत एवं हल

गणित

1. $(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$

$\Rightarrow \quad (6)^2 = x^2+y^2+z^2+2(11)$

$\Rightarrow \quad x^2+y^2+z^2 = 14$

2. माना प्रत्येक वार्षिक किश्त ₹ x की है।

प्रश्नानुसार,

$$1820 = \frac{x}{\left(1+\frac{20}{100}\right)^3} + \frac{x}{\left(1+\frac{20}{100}\right)^2} + \frac{x}{\left(1+\frac{20}{100}\right)}$$

$$\Rightarrow \quad 1820 = \left(\frac{5}{6}\right)^3 x + \left(\frac{5}{6}\right)^2 x + \left(\frac{5}{6}\right)x$$

$$\Rightarrow \quad 1820 = \frac{5}{6}x\left[\frac{25}{36}+\frac{5}{6}+1\right]$$

$$\Rightarrow \quad 2184 = x\left[\frac{25+30+36}{36}\right]$$

$$\therefore \quad x = \frac{2184\times 36}{91} = ₹\,864$$

3. माना व्यक्ति की शान्त धारा में चाल और धारा की गति क्रमशः x और y किमी/घण्टा है।

प्रश्नानुसार, $\frac{20}{x+y} = 5 \Rightarrow x+y = 4$ ...(i)

और $\frac{10}{x-y} = 5 \Rightarrow x-y = 2$ ...(ii)

समी (i) और (ii) को हल करने पर, $x = 3,\ y = 1$

अतः धारा की गति = 1 किमी/घण्टा

4. माना एक पुरुष और एक लड़के का 1 दिन का कार्य क्रमशः x और y है।

प्रश्नानुसार, $4x+6y = \frac{1}{4} \Rightarrow 2x+3y = \frac{1}{8}$ ...(i)

और $2x+4y = \frac{1}{7} \Rightarrow x+2y = \frac{1}{14}$ ...(ii)

समी (i) और (ii) को हल करने पर, $x = \frac{1}{28}$ और $y = \frac{1}{56}$

10 पुरुष और 8 लड़कों का 1 दिन का कार्य

$$= 10\times\frac{1}{28} + 8\times\frac{1}{56} = \frac{28}{56} = \frac{1}{2}$$

अतः 10 पुरुष और 8 लड़के इस कार्य को 2 दिन में पूरा करेंगे।

5. $\therefore x^2-3x+2,\ x^4-px^2+q$ का गुणनखण्ड है, अतः $(x-2)(x-1),\ x^4-px^2+q$ के गुणनखण्ड होंगे।

अब, $(2)^4-p(2)^2+q = 0 \Rightarrow 4p-q = 16$ ...(i)

और $(1)^4-p(1)^2+q = 0 \Rightarrow p-q = 1$ ...(ii)

समी (i) और (ii) को हल करने पर, $p = 5$ और $q = 4$

6. $\therefore$ म.स. × ल.स. = प्रथम व्यंजक × द्वितीय व्यंजक

$\Rightarrow \quad (x+2)(x+3)\times x(x+1)(x+2)(x+3)$

$= (x^3+5x^2+6x)\times$ द्वितीय व्यंजक

$\Rightarrow \quad x(x+1)(x+2)^2(x+3)^2$

$= x(x^2+5x+6)\times$ द्वितीय व्यंजक

$\Rightarrow \quad (x+1)(x+2)^2(x+3)^3$

$= (x+3)(x+2)\times$ द्वितीय व्यंजक

$\therefore \quad$ द्वितीय व्यंजक $= (x+1)(x+2)(x+3)$

7. $2^{3^{2^3}} \div [(2^3)^2]^3 = 2^{3^8} \div 2^{18} = 2^{6561} \div 2^{18} = 2^{6543}$

8. $\log_5(x + y) = 1$

$\Rightarrow (x + y) = 5$ ...(i)

और $\log_3 4 + \log_3 x + \log_3 y = 2$

$\Rightarrow \log_3 4xy = 2$

$\Rightarrow 4xy = 3^2$

$\Rightarrow 4xy = 9$ ...(ii)

अब, $(x - y) = \pm\sqrt{(x + y)^2 - 4xy}$

$x - y = \pm\sqrt{25 - 9} = \pm 4$ ...(iii)

समी (i) और (iii) को हल करने पर, $x = \frac{9}{2}$ और $y = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{2}$ और $y = \frac{9}{2}$

9. यहाँ $\alpha + \beta = -\frac{a}{c}$

और $\alpha.\beta = \frac{b}{c}$

अब, $\alpha^{-1} + \beta^{-1} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{\frac{-a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{-a}{b}$

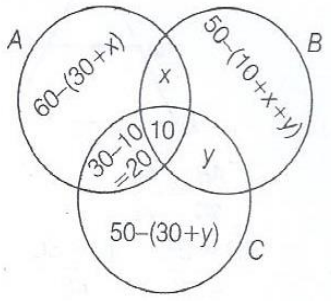
अतः वह समीकरण, जिसके मूल α^{-1} और β^{-1} हैं

$x^2 - (\alpha^{-1} + \beta^{-1})x + (\alpha^{-1})(\beta^{-1}) = 0$

$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{-a}{b}\right)x + \frac{1}{\alpha\beta} = 0$

$\Rightarrow bx^2 + ax + c = 0$

10. वेन आरेख बनाने पर,



इसलिए, $60 - (30 + x) + x + 10 + 20$

$+ 50 - (10 + x + y) + y + 50 - (30 + y) = 100$

$\Rightarrow 190 + x + y - 70 - 2x - 2y = 100$

$\Rightarrow 120 - x - y = 100$

$\Rightarrow x + y = 20$

ऐसे व्यक्तियों का प्रतिशत जो केवल दो कार्यक्रम देखते हैं

$= x + y + 20 = 20 + 20 = 40$

11. 10 भुजाओं वाले समबहुभुज के प्रत्येक कोण का मान

$= \frac{2(10 - 2)}{10} \times 90°$

अतः बहिष्कोण $= 180° - 144° = 36°$

12. $4\tan\theta = 5 \Rightarrow \tan\theta = \frac{5}{4}$

अब, $\frac{2\sin\theta + 2\cos\theta}{6\cos\theta - 3\sin\theta} = \frac{2\tan\theta + 2}{6 - 3\tan\theta}$

$= \frac{2 \times \frac{5}{4} + 2}{6 - 3 \times \frac{5}{4}} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{9}{4}} = 2$

13. $\frac{\tan x}{1 - \cot x} + \frac{\cot x}{1 - \tan x} = \frac{\tan x}{1 - \frac{1}{\tan x}} + \frac{\frac{1}{\tan x}}{1 - \tan x}$

$= \frac{\tan^2 x}{\tan x - 1} - \frac{1}{\tan x(\tan x - 1)} = \frac{\tan^3 x - 1}{\tan x(\tan x - 1)}$

$= \frac{(\tan x - 1)(\tan^2 x + 1 + \tan x)}{\tan x(\tan x - 1)}$

$= \frac{\sec^2 x + \tan x}{\tan x} = 1 + \sec x \operatorname{cosec} x$

14. $\tan(3A - 2A) = \frac{\tan 3A - \tan 2A}{1 + \tan 2A \tan 3A}$

$\Rightarrow \tan A(1 + \tan 2A \tan 3A) = \tan 3A - \tan 2A$

$\Rightarrow \tan A + \tan A \tan 2A \tan 3A = \tan 3A - \tan 2A$

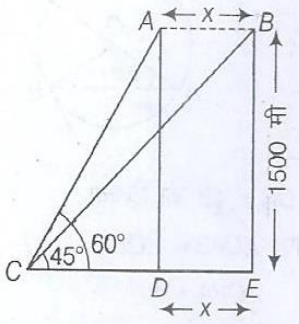
$\therefore \tan A \tan 2A \tan 3A = \tan 3A - \tan 2A - \tan A$

15. $\frac{a^2 - b^2}{2ab} = \frac{(\cos\alpha + \sin\alpha)^2 - (\cos\alpha - \sin\alpha)^2}{2(\cos\alpha + \sin\alpha)(\cos\alpha - \sin\alpha)}$

$= \frac{\left[\cos^2\alpha + \sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha - \cos^2\right]}{\left[\alpha - \sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha\right]} \over 2(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)$

$= \frac{4\sin\alpha\cos\alpha}{2(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)} = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \tan 2\alpha$

16. ΔBCE में,



$\tan 45° = \frac{BE}{CE} \Rightarrow 1 = \frac{1500}{CD + x}$

$\Rightarrow \quad CD + x = 1500 \quad \ldots(i)$

ΔADC में, $\tan 60° = \frac{AD}{CD}$

$\Rightarrow \quad \sqrt{3} = \frac{1500}{CD} \Rightarrow CD = \frac{1500}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \quad 1500 - x = \frac{1500}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \quad x = 1500 - 500\sqrt{3} = 500(3 - \sqrt{3})$ मी

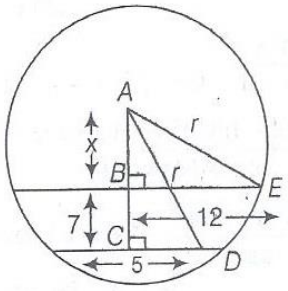
अतः वायुयान की चाल $= \frac{500(3-\sqrt{3})}{5}$ मी/से

$= 100(3 - \sqrt{3})$ मी/से

17. छड़ की अधिकतम लम्बाई $= \sqrt{10^2 + 6^2 + 4^2}$

$= \sqrt{100 + 36 + 16} = \sqrt{152} = 12.33$ मी

18. ΔACD में,



$r^2 = (x + 7)^2 + (5)^2 \quad \ldots(i)$

ΔABE में, $r^2 = x^2 + (12)^2 \quad \ldots(ii)$

समी (i) और (ii) से, $(x + 7)^2 + (5)^2 = x^2 + (12)^2$

$\Rightarrow \quad x^2 + 49 + 14x + 25 = x^2 + 144$

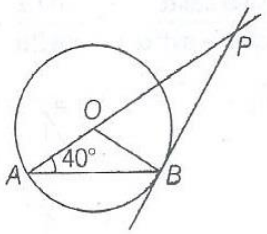
$\Rightarrow \quad 14x + 74 = 144 \Rightarrow x = 5$

समी (i) में x का मान रखने पर, $r^2 = (5 + 7)^2 + 25$

$= 144 + 25$

$\Rightarrow \quad r = \sqrt{169} = 13$ मी

19. ΔABO में,



$OA = OB =$ वृत्त की त्रिज्या

इसलिए, $\angle OAB = \angle OBA$

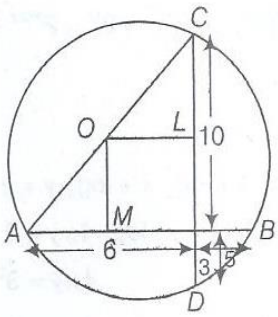
$\Rightarrow \quad \angle OBA = 40°$

ΔABP में, $\angle PAB + \angle ABP + \angle BPA = 180°$

$\Rightarrow \quad 40° + (40° + 90°) + \angle BPA = 180°$

$\Rightarrow \quad \angle BPA = 10°$

20.



$LC = \frac{CD}{2} = \frac{13}{2}$

$LE = OM = 10 - \frac{13}{2} = \frac{7}{2}$

$AM = \frac{AB}{2} = \frac{11}{2}$

ΔOMA में, $OA^2 = OM^2 + AM^2$

$\Rightarrow \quad OA^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2 + \left(\frac{11}{2}\right)^2$

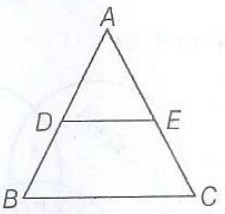
$= \frac{49}{4} + \frac{121}{4} = \frac{170}{4} = \sqrt{\frac{85}{2}}$

$OA = \frac{\sqrt{85}}{2}$

व्यास $= 2 \times OA = 2 \times \sqrt{\frac{85}{2}} = \sqrt{170}$

21. $\frac{A_1}{A_2} = \frac{h_1^2}{h_2^2} = \frac{(2)^2}{(3)^2} = \frac{4}{9}$

22. चित्र में ΔADE और ΔABC समरूप हैं। अतः



$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

$\Rightarrow \quad \frac{AD + DB}{AD} = \frac{AE + EC}{AE}$

$\Rightarrow \quad 1 + \frac{DB}{AD} = 1 + \frac{EC}{AE} \Rightarrow \frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$

$\Rightarrow \quad \frac{x-1}{2x-3} = \frac{2(x-1)}{5x-7}$

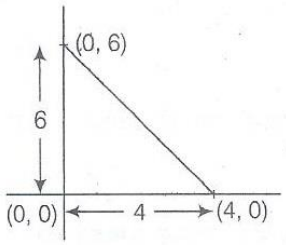
$\Rightarrow \quad 5x^2 - 7x - 5x + 7 = 4x^2 - 6x - 4x + 6$

$\Rightarrow \quad x^2 - 2x + 1 = 0$

$\Rightarrow \quad (x-1)^2 = 0$

$\therefore \quad x = 1$

23. त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times 6 \times 4$



$= 12$ वर्ग मात्रक

24. माना बिन्दु $A(1, 3), B(4, 2), C(7, 5)$ और $D(4, 6)$ एक चतुर्भुज के शीर्ष हैं।

$$AB = \sqrt{(4-1)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(7-4)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{9+9}$$

$$= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$CD = \sqrt{(4-7)^2 + (6-5)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$DA = \sqrt{(1-4)^2 + (3-6)^2}$$

$$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(7-1)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{36+4}$$

$$= \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$BD = \sqrt{(4-4)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{0+16} = 4$$

चूँकि $AB = CD$ और $BC = DA$ (भुजाएँ)

$AC \neq BD$ (विकर्ण)

अतः दिए गए बिन्दु, एक समान्तर चतुर्भुज के शीर्ष हैं।

25. माना त्रिभुज का तीसरा शीर्ष $P(x, y)$ है।

अब, $4 = \frac{3-4+x}{3}$ और $3 = \frac{5-6+y}{3}$

$\Rightarrow$ $12 = -1 + x$ और $9 = -1 + y$

$\Rightarrow$ $x = 13$ और $y = 10$

अतः त्रिभुज के तीसरे शीर्ष के निर्देशांक $P(13, 10)$ होंगे।

26. वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

अर्द्धव्यास अर्थात् r में 5% की कमी करने पर,

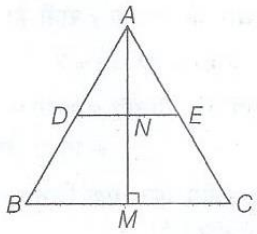
वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi\left(r - \frac{5r}{100}\right)^2 = \pi r^2\left(\frac{19}{20}\right)^2$

क्षेत्रफल में प्रतिशत कमी $= \frac{\pi r^2\left(1 - \left(\frac{19}{20}\right)^2\right)}{\pi r^2} \times 100$

$$= \frac{20^2 - 19^2}{20^2} \times 100 = \frac{(20-19)(20+19)}{400} \times 100$$

$$= \frac{39}{4} = 9.7\%$$

27. ΔADE तथा ΔABC समरूप हैं।



$\therefore$ $\frac{AN}{AM} = \frac{DE}{BC}$ ...(i)

अब, यदि ΔADE का क्षेत्रफल $= A$

तब, समलम्ब चतुर्भुज $BCED$ का क्षेत्रफल $= 2A$

$\therefore$ ΔABC का क्षेत्रफल $= A + 2A = 3A$

$\therefore$ $\frac{\Delta ADE}{\Delta ABC} = \frac{A}{3A}$

$\Rightarrow$ $\frac{\frac{1}{2} \times DE \times AN}{\frac{1}{2} \times BC \times AM} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow$ $\frac{DE}{BC} \times \frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow$ $\frac{DE^2}{BC^2} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow$ $DE : BC = 1 : \sqrt{3}$

28. टंकी में पानी का आयतन $= 4 \times 4 \times 1 = 16$ मी^{3}

4000 ईंटों का आयतन $= \frac{4000 \times 1250}{100 \times 100 \times 100} = 5$ मी^{3}

ईंटों द्वारा अवशोषित पानी $= \frac{20}{100} \times 5$ मी^{3}

24 घण्टे बाद बचा पानी $= 15$ मी^{3}

अब, $15 = 4 \times 4 \times h$

$\Rightarrow$ $h = \frac{15}{16} = 0.9375$ मी

29. मूल बिन्दु से दूरी $= \frac{3(0) + 4(0) + 10}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$

$$= \frac{10}{\sqrt{9+16}} = \frac{10}{5} = 2 \text{ मात्रक}$$

30. माना घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः a, b और c हैं। तब, $ab = p$

$bc = q$

$ca = r$

$\therefore$ $(abc)^2 = pqr \Rightarrow abc = \sqrt{pqr}$

$\therefore$ घनाभ का आयतन $= \sqrt{pqr}$

31. इस प्रकार बने बेलन के आधार की परिधि = 44 सेमी

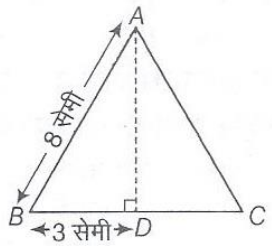
माना आधार की त्रिज्या r सेमी है।

अब, $2\pi r = 44 \Rightarrow r = 7$

अतः बेलन का आयतन $= \pi r^2 h = \pi(7)^2 \times 10$

$= 1540$ सेमी^{3}

32. शंकु की अक्षीय काट एक त्रिभुज की आकृति होगी, जैसा चित्र में प्रदर्शित है।



ΔADB में, $AD^2 = AB^2 - BD^2 = (8)^2 - (3)^2$

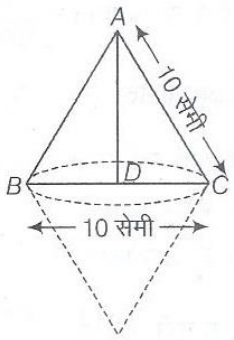
$= 64 - 9 = 55$

$\Rightarrow \quad AD = \sqrt{55}$ सेमी

अतः अक्षीय काट का क्षेत्रफल = ΔABC का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{55} = 3\sqrt{55}$ सेमी^{2}

33. 10 सेमी भुजा के एक समबाहु त्रिभुज को अपनी एक भुजा के परितः परिक्रमण करने पर दो शंकुओं की आकृति प्राप्त होगी, जैसा चित्र में प्रदर्शित है।



ΔADC में, $AD^2 = AC^2 - DC^2 = 10^2 - \left(\frac{10}{2}\right)^2 = 75$

$\Rightarrow \quad AD = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ सेमी

अतः अभीष्ट आकृति का आयतन,

$= 2 \times \frac{1}{3}\pi (DC)^2 \times AD$

$= 2 \times \frac{1}{3}\pi \left(\frac{10}{2}\right)^2 \times 5\sqrt{3}$

$= \frac{250}{3}\sqrt{3}\,\pi$ सेमी^{3}

34. $4x - 6y + 22 = 0 \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$

और $6x + 4y - 22 = 0$

$\Rightarrow \quad y = \frac{-3x}{2} + \frac{11}{2}$

अब, प्रथम रेखा की प्रवणता $\times$ द्वितीय रेखा की प्रवणता

$= \frac{2}{3} \times \frac{-3}{2} = -1$

अतः रेखाएँ परस्पर लम्बवत् होंगी।

35. घन के अन्दर बने गोले की त्रिज्या, घन की भुजा की आधी होती है।

माना घन की भुजा x है। तब गोले की त्रिज्या $\frac{x}{2}$ होगी।

अब, $\frac{\text{घन का आयतन}}{\text{गोले का आयतन}} = \frac{x^3}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{x}{2}\right)^3} = \frac{6}{\pi}$

36. माना A, B और C के एक दिन के कार्य क्रमशः x, y और z हैं।

प्रश्नानुसार, $x + y = \frac{1}{12}$ ...(i)

$y + z = \frac{1}{15}$ ...(ii)

चूँकि A, C से दोगुना कार्य करता है, इसलिए

$x = 2z$ ...(iii)

समी (ii) और (iii) से,

$y + \frac{x}{2} = \frac{1}{15} \Rightarrow 2y + x = \frac{2}{15}$ ...(iv)

समी (i) और (iv) को हल करने पर,

$y = \frac{2}{15} - \frac{1}{12} = \frac{8-5}{60} = \frac{3}{60} \Rightarrow y = \frac{1}{20}$

इस प्रकार, B का एक दिन का कार्य $= \frac{1}{20}$

अतः B उस कार्य को 20 दिन में पूरा करेगा।

37. रोलर का वक्रपृष्ठ $= 2\pi(1) \times \frac{7}{22} = 2$ मी^{2}

माना मैदान का कुल क्षेत्रफल x मी^{2} है। इसलिए

$x + x$ का 5% $= 2 \times 500$

$\Rightarrow \quad \frac{105}{100}x = 1000$

$\Rightarrow \quad x = \frac{1000 \times 100}{105} = 952.38$ मी^{2}

38. माना तार की लम्बाई x सेमी है।

अब, गोले का आयतन = तार का आयतन

$\Rightarrow \quad \frac{4}{3}\pi(6)^3 = \pi (0.1)^2 \times x$

$\Rightarrow \quad x = \frac{4}{3} \times \frac{216}{0.01} = 28800$ सेमी $= 288$ मी

39. $\sqrt{\left(\frac{3}{7}\right)^{x+1}} = \frac{343}{27}$

$\Rightarrow \quad \left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{x+1}{2}} = \left(\frac{7}{3}\right)^{3}$

$\Rightarrow \quad \left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{x+1}{2}} = \left(\frac{3}{7}\right)^{-3}$

$\therefore \quad \frac{x+1}{2} = -3 \Rightarrow x+1 = -6$

$\Rightarrow \quad x = -7$

40. वास्तविक समान्तर माध्य

$$= \frac{15 \times 58 - 78 + 87}{15} = 58.6 \text{ किग्रा}$$

41. माना दोनों का उभयनिष्ठ मूल α है। तब,

$$\alpha^2 + a\alpha + b = 0$$

$$\alpha^2 + b\alpha + a = 0$$

बज्रगुणन द्वारा हल करने पर,

$$\frac{\alpha^2}{a^2 - b^2} = \frac{\alpha}{b-a} = \frac{1}{b-a}$$

$\therefore \quad \frac{\alpha}{b-a} = \frac{1}{b-a}$

$\Rightarrow \quad \alpha = 1 \qquad \ldots(i)$

$$\frac{\alpha^2}{a^2 - b^2} = \frac{\alpha}{b-a}$$

$\Rightarrow \quad \alpha = \frac{a^2 - b^2}{b-a} = -(a+b) \qquad \ldots(ii)$

समी (i) और (ii) से, $1 = -(a+b)$

$\Rightarrow \quad a + b = -1$

42. पहिए द्वारा $\frac{1}{9}$ सेकण्ड में चली दूरी

$$= \frac{80}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 50 = \frac{4400}{63} \text{ सेमी}$$

पहिए की चाल $= \frac{4400}{63} \times \frac{9}{1}$ सेमी/से

$= \frac{4400}{63} \times \frac{9}{1} \times \frac{60 \times 60}{100 \times 1000} = 22.62$ किमी/ घण्टा

43. $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$

$\Rightarrow \quad \cos\theta = \sqrt{\frac{\cos 2\theta + 1}{2}}$

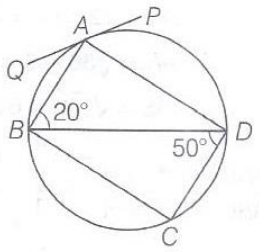
माना $\quad \theta = 22\frac{1^\circ}{2}$

$\therefore \cos 22\frac{1^\circ}{2} = \sqrt{\frac{\cos 45^\circ + 1}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{\sqrt{2}} + 1}{2}} = \sqrt{\frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}}$

44. $\angle BCD = 90^\circ$ [अर्द्धवृत्त में बना कोण]

$\angle CDB = 50^\circ$

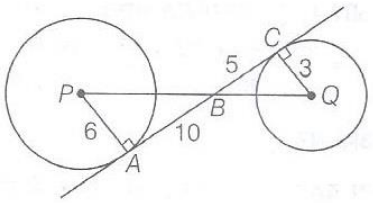
$\Delta\, BCD$ में,



$\angle BCD + \angle CDB + \angle CBD = 180^\circ$

$\Rightarrow \quad 90^\circ + 50^\circ + \angle CBD = 180^\circ \Rightarrow \angle CBD = 40^\circ$

45. $\Delta\, PAB$ व $\Delta\, QCB$ समरूप हैं।



$\therefore \quad \frac{PA}{CQ} = \frac{AB}{CB}$

$\Rightarrow \quad \frac{6}{3} = \frac{10}{BC}$

$\Rightarrow \quad BC = 5$ सेमी

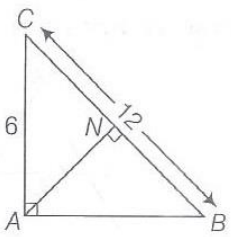
$PB = \sqrt{6^2 + 10^2} = \sqrt{136} = 11.66$ सेमी

$BQ = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34} = 5.83$ सेमी

$PQ = PB + BQ = 11.66 + 5.83 = 17.49$ सेमी

46. माना $CN = x$

$\therefore \quad BN = 12 - x$



ΔANC में, $AN^2 = 6^2 - x^2$

ΔANB में, $AN^2 = AB^2 - (12-x)^2$

$= (BC^2 - AC^2) - (12-x)^2$

$= (12^2 - 6^2) - (12-x)^2$

$= 108 - (12-x)^2 \qquad \ldots(ii)$

समी (i) और (ii) से,

$$6^2 - x^2 = 108 - (12 - x)^2$$

$\Rightarrow \quad 36 - x^2 = 108 - 144 - x^2 + 24x$

$\Rightarrow \quad 24x = 72 \Rightarrow x = 3$

इसलिए, $AN = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{25} = 5$

और $AB = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

अत: $\dfrac{\Delta ANC \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}} = \dfrac{\frac{1}{2} \times CN \times AN}{\frac{1}{2} \times AB \times AC}$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times 3 \times 5}{\frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6} = \frac{5}{12\sqrt{3}}$$

47. A और B का सम्मिलित माध्य

$$= \frac{49 \times 40 + 53 \times 35}{49 + 53} = \frac{1960 + 1855}{102} = 37.40$$

48. X-अक्ष पर, $y = 0$

माना वह रेखा X-अक्ष द्वारा, $m : n$ में विभाजित होती है।

$$\therefore \ 0 = \frac{m(-8) + n(6)}{m + n} \Rightarrow -8m + 6n = 0$$

$$\Rightarrow \quad 8m = 6n \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{n} = \frac{3}{4}$$

49. माना रेखा द्वारा अक्षों पर काटे गए अन्त:खण्डों की लम्बाई a हैं। तब, उस रेखा का समीकरण

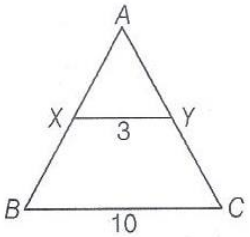
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow x + y = a$$

चूँकि यह बिन्दु $(-1, 3)$ से होकर जाती है,

इसलिए, $-1 + 3 = a \Rightarrow a = 2$

अत: उस रेखा का समीकरण $x + y = 2$

50. ΔABC व रेखा XY संलग्न चित्र में प्रदर्शित है।



$$\frac{AY}{AC} = \frac{XY}{BC} \Rightarrow AY = \left(\frac{XY}{BC}\right)AC$$

$XY = 3$ सेमी, $BC = 10$ सेमी

और $AC = 5$ सेमी

$$AY = \left(\frac{3}{10}\right) \times 5 = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ सेमी}$$

भौतिकी एवं रसायन

76. पानी का घनत्व 4°C पर अधिकतम होता है।

77. रेल की पटरियों के उत्तरोत्तर खण्डों के बीच जगह छोड़ी जाती है, क्योंकि ऊष्मीय प्रसार को जगह मिल जाती है।

78. 50 ग्राम बर्फ पिघलने के लिए आवश्यक ऊष्मा

$= 50 \times 80 = 4000$ कैलोरी

50 ग्राम जल से प्राप्त ऊष्मा

$= 50 \times 1 \times (20 - 0) = 1000$ कैलोरी

प्राप्त ऊष्मा बर्फ को पिघलाने के लिए आवश्यक ऊष्मा से कम है। अत: पूरी बर्फ नहीं पिघलेगी। मिश्रण का ताप 0°C होगा।

79. भाप के द्रवित होने से प्राप्त ऊष्मा

$= 50 \times 536 = 26800$ कैलोरी

100°C पर द्रवित भाप को 80°C तक ठण्डा होने में प्राप्त ऊष्मा

$= 50 \times 1 \times (100 - 80) = 1000$ कैलोरी

5°C के 1 किग्रा जल द्वारा ली गई ऊष्मा

$= 1000 \times 1 \times (t - 5)$

$= 1000t - 5000$ कैलोरी

जल द्वारा ली गई ऊष्मा = भाप द्वारा दी गई ऊष्मा

$\therefore \ 1000t - 5000 = 26800 + 1000 = 27800$

$t = 32.8°C$

80. चूँकि $Q = \dfrac{KA(\theta_1 - \theta_2)t}{d}$

$\therefore \quad Q \propto (\theta_1 - \theta_2)$

82. ध्वनि की चाल परमताप के वर्गमूल के समानुपाती होती है।

$$\therefore \quad \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \Rightarrow \frac{v_0}{1.5v_0} = \sqrt{\frac{0 + 273}{T_2}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{2}{3} = \sqrt{\frac{273}{T_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{273}{T_2} = \frac{4}{9} \Rightarrow T_2 = \frac{9 \times 273}{4} = 614.25K$$

$\therefore$ ताप °C में $= (614.25 - 273)°C = 341.25°C$

83. $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{u} + \dfrac{1}{v} \Rightarrow \dfrac{u}{f} = \dfrac{u}{v} + 1 \Rightarrow \dfrac{u_1}{f_1} = \dfrac{u_1}{v_1} + 1$

$$\because \quad m = -\frac{v_1}{u_1} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \quad \frac{u_1}{v_1} = -2$$

$$\therefore \quad \frac{u_1}{f} = -1$$

इसी प्रकार, $\frac{u_2}{f} = -2$

$\therefore \quad \frac{u_2}{u_1} = -2$

$u_2 = 2 \times u_1 = 2 \times 90 = 180 = 1.8$ मी

$u_2 = -180$ मी

87. व्यय ऊर्जा $= \left(\frac{60 \times 2 \times 4}{1000} + \frac{100 \times 3 \times 5}{1000}\right)$

$= 0.48 + 1.50 = 2$ किलोवाट/घण्टा

88. हम जानते हैं, $R = \frac{\rho L}{A}$

यहाँ, $L = 1$ मी, $\rho = 44 \times 10^{-8}$ ओम-मी

$r = \frac{1}{2}$ मिमी $= \frac{1}{2} \times 10^{-3}$ मी

$A = \pi r^2 = \frac{22}{7}\left(\frac{1}{2} \times 10^{-3}\right)$

$= \frac{22}{7} \times \frac{1}{4} \times 10^{-6}$ मी^{2}

$\therefore \quad R = \frac{44 \times 10^{-8} \times 1}{\frac{22}{7} \times \frac{1}{4} \times 10^{-6}}$

$= \frac{44 \times 7 \times 4}{22 \times 100} = 0.56$ ओम

91. हम जानते हैं, $T = 2\pi\frac{\sqrt{l}}{g}$

$\therefore \quad T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$

92. $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}}$

$\Rightarrow \quad \frac{2}{T_2} = \sqrt{\frac{\frac{1}{9}g}{g}} \Rightarrow \frac{2}{T_2} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \quad T_2 = 6$ सेकण्ड

93. न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण के नियम से,

$F = \frac{Gm_1 m_2}{r^2}$

$\therefore \quad F \propto G, F \propto m_1 m_2$ और $F \propto \frac{1}{r^2}$

94. $\frac{\text{डूबे हुए भाग का आयतन}}{\text{कुल आयतन}} = \frac{\text{वस्तु का घनत्व}}{\text{जल का घनत्व}}$

$\Rightarrow \quad \frac{x}{V} = 0.9 \Rightarrow x = 0.9\,V = \frac{9}{10}V$

अतः बर्फ का $\frac{9}{10}$ भाग पानी में डूबा रहेगा।

95. माना किसी पिण्ड का द्रव्यमान m और वेग v है।

तब, गतिज ऊर्जा, $K = \frac{1}{2}mv^2$

और संवेग, $p = mv$

$\therefore \quad K = \frac{1}{2m}(mv)^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2m}(P)^2$

$\Rightarrow . \quad p = \sqrt{2mK}$

गतिज ऊर्जा को चार गुना करने पर,

$p = \sqrt{2m \times 4K} = 2p$